

多向度試題反應理論之可能值方法對大型測驗 中群體平均數估計之影響 —以 TASA2006 數學科為例

王敏嫻¹ 曾筱倩¹ 郭伯臣¹ 吳慧珉²

¹ 國立臺中教育大學教育測驗統計研究所

² 國家教育研究院籌備處測驗與評量組

摘要

NAEP、TIMSS 和 PISA 等大型測驗，學生的成就資料集是以可能值的資料型態提供給次級資料分析者進行統計特性描述。目前 NAEP、TIMSS 和 PISA 等所公布的技術報告，主要是以單向度的試題反應理論為基礎，透過可能值方法估計群體能力值，尚未以可能值方法進行估計不同向度之群體能力值。

本研究根據 2006 年 TASA 數學科國小四年級施測後所蒐集到的學生作答資料與問卷資料，將學生的作答反應以多向度試題反應模式進行能力值估計，再分別將問卷背景變項與能力值進行二系列相關。將相關係數取絕對值後經由高低排序，分別從高到低抽取六個背景變項，探討背景變項與能力間的相關，是否會造成學生群體能力值的差異以及納入背景變項對學生群體能力值差異的影響？

研究結果顯示：多向度試題反應理論下可能值方法於有無納入背景變項等不同模式中，對於不同向度下的不同類別平均力值由高到低的排序有一致的趨勢；此外，有納入背景變項進行估計，在五個向度中，最高數學成就能力值的組別與最低數學成就能力值組別的差距比忽略背景變項進行能力值估計的差距來的大，所以有無納入背景變項會影響估計群體能力參數；另外，在納入不同相關程度的背景變項之研究中發現，在各個向度中隨著納入的背景變項與能力相關的遞減，其群體能力平均的差異也隨之遞減。

關鍵字：大型測驗、臺灣學生學習成就評量資料庫、可能值、多向度試題反應模式

Applying Multidimensional IRT based Plausible Value Method to Estimate Group Means in Large-scale Assessment – Using TASA 2006 Mathematics as An Example

Min-Shian Wang * Hsiao Chien Tseng * Bor-Chen Kuo *
Huey-Min Wu**

* Graduate Institute of Educational Measurement and Statistics,
National Taichung University

**Institute for Research on Testing and Evaluation,
National Academy for Educational Research Preparatory Office

Abstract

In the international large-scale assessment programs, such as NAEP, TIMSS and PISA, the plausible value methods based on unidimensional item response theory were used to estimate the population characteristics. The plausible value methods based on multidimensional item response theory were not used in the international assessment program. We use unidimensional plausible value method to estimate the population characteristics, but it does not use the multidimensional plausible value method to estimate the different dimension's population characteristics.

The multidimensional item response theory based plausible value method was used to estimate group means with the empirical data from TASA 2006 mathematics in this paper. The examinees' background variables (BVs) were included in the plausible value method to improve the precision of the ability estimation. The effect of five models with different procedures of including background variables into the plausible value methods were explored in this paper.

The results showed that the estimation of group means was affected by including different procedures of background variables. As the correlation between abilities and background variables decreased, the difference between group means also decreased.

Keywords: Large-scale assessment, Taiwan Assessment of Student Achievement, plausible values, Multidimensional item response theory

壹、研究動機目的

大型測驗的目的是關注群體的進展情形，因此大型測驗有興趣的統計量數是群體的平均數、標準差、某些層級表現的百分比、百分位數，和關聯於上述統計量數的標準誤（Wu, 2005）。目前國家教育進展評量（National Assessment of Educational Progress, NAEP）、國際數學與科學教育成就趨勢調查（Trends in International Mathematics and Science Study, TIMSS）和國際學生評量（The Programme for International Student Assessment, PISA）等大型測驗，學生的成就資料集是以可能值（plausible value）的資料型態提供給次級資料的分析者進行統計特性描述（OECD, 2005; Lee, Grigg, & Dion, 2007）。可能值方法是以潛在迴歸模式，加入學生背景變項（輔助訊息）計算後驗分佈，並抽取可能值（Mislevy & Sheehan, 1989）。

輔助訊息（ancillary information）來源，人口統計變項（性別、年齡、種族）、教育變項（年級、修習課程、先前考試成績）。以電腦為基礎的測驗反應時間也可作為輔助訊息的來源（Fox, Klein Entink, & van der Linden, 2007; van der Linden, 2007）。當輔助訊息與能力值有較大的相關時，可能值的估計可得到較大的改善（de la Torre, 2009）。

目前關於可能值方法的研究大多著重於估計方法對於群體參數回復性之探討，卻未探討若納入背景變項與能力之間的相關對於群體參數估計的影響，或所納入的背景變項是否可以提供足夠的額外訊息以提升能力估計，因此本研究擬針對不同相關程度之背景變項的納入，對於群體參數估計之影響進行研究。國外大型測驗（NAEP、TIMSS、PISA）技術報告中使用背景變項進行分析時，將部分背景變項直接視為條件變數，其餘背景變項以主成分分析方法進行轉換後做為條件變數納入，卻未說明原因為何。此外，大型測驗中關注的是群體能力參數之比較，但在國外大型測驗，使用可能值方法估計群體能力參數時，只考慮到數學成就單一向度，未探討多向度的群體能力值（Allen, Donoghue, & Schoeps, 2001; OECD, 2005; Martin, Mullis, & Chrostowski, 2004），例如：NAEP、TIMSS 仍使用單向度試題反應理論（unidimensional item response theory, UIRT）為主要的測量模式，僅能對不同學科能力以單一能力值進行描述（Lee et al., 2007; Mullis, Martin, Ruddock, O'Sullivan, Arora, & Erberber, 2005）；PISA 針對各學科之次級量尺（subscal）使用多向度試題反應理論（multidimensional item response theory, MIRT）中之多向度隨機係數多項 logit 模式（multidimensional random coefficients multinomial logit model, MRCMLM）進行估計，對於 PISA 各學科之主要量尺仍使用 UIRT 進行估計（OECD, 2005）。但國際上大型測驗之內容架構是以多向度為基礎，資料呈現卻以單向度進行資料分析，忽略向度之間的相關對於能力值估計的影響。本研究以 MRCMLM 為基礎，使用可能值方法進行能力值估計。主要探討評量架構亦是屬於多向度 2006 年 TASA 數學科國小四年級學生作答反應與背景變項資料，在多向度試題反應理論下不同相關程度之背景變項直接視為條件變數或以主成分分析進行轉換後納入是否有差異，並透過實驗設計探討不同模式間的差異。綜合上述動機，本研究之研究目的如下：

- 一、探討多向度試題反應理論下使用可能值方法估計群體能力參數之結果。
- 二、探討不同模式對於估計各個向度群體能力參數的影響。
- 三、探討不同背景變項與能力間的相關高低，對於估計各個向度之群體能力參數的影響。

貳、文獻探討

本研究針對多向度隨機係數多項洛基模式 (MRCMLM)、可能值方法與國內外大型測驗進行文獻探討。

一、多向度隨機係數多項洛基模式

Adams、Wilson 與 Wang (1997) 等人提出多向度隨機係數多項洛基模式，PISA 數學能力之測量模式即是使用 MRCMLM 模式。MRCMLM 是延伸 Rasch 模式而成之多向度 IRT 模式 (Hoskens & De Boeck, 1997; Wang, Wilson, & Cheng, 2000; Wilson & Adams, 1995)，是一個混合的 co-efficients 模型 (mixed co-efficients model)，試題參數 ξ 是未知的參數，而受試者的潛在變數 θ ，是一個隨機變項。

假設有 I 個試題，標示為 $i=1, \dots, I$ ；每個試題的反應類別有 K_i+1 個，標示為 $k=0, 1, \dots, K_i$ 。以向量表示隨機變數 X_i 的值為 $X_i = (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{iK_i})^T$ ，其中，

$$X_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{如果試題 } i \text{ 作答第 } j \text{ 個反應類別} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

即為試題 i 的 K_i+1 個可能的反應。

零向量表示作答反應為類別 0，這個 0 類別是一個參照類別，對模式鑑定是必要條件。以此當作參照類別且不影響模式的主要部分。 X_i 也可以收集成一個單向量 $X_i = (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{iK_i})^T$ ，為受試者在第 i 題第 k 種的反應向量（或反應組型）。

試題參數向量以 $\xi^T = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_p)$ 描述之。這些線性組合被用在反應機率模式中描述每一個試題的反應類別的經驗上的特徵。 a_{ij} 為 D 個向度之設計向量 (design vector)，其中， $i=1, \dots, I$ ； $j=1, \dots, K_i$ ，每個向量長度為 p ，它們可以收集成一個設計矩陣 (design matrix) $A^T = (a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1K_1}, a_{21}, \dots, a_{2K_2}, \dots, a_{IK_I})$ 來定義它們的線性組合。

在多向度型式中假定個別反應之下有 D 個潛在特性，定義成一個 D -向度的潛在空間。向量 $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D)^T$ 表示一個在 D -向度的潛在空間中的位置。如將此模式採用計分方程式，說明每一個試題的分數或每一個試題的每一個可能反應類別。若在試題 i 、向度 D 之反應為類別 k ，則其反應分數為 b_{ikd} 。 $b_{ik} = (b_{ik1}, b_{ik2}, \dots, b_{ikD})^T$ 為在 D 個向度的分數收集而得的一個行向量，而後對試題 i 再收集成一個計分子矩陣 (scoring submatrix) $B_i = (b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{iD})^T$ ，最後對整份測驗再成為一個計分矩陣 (scoring matrix) $B = (B_1^T, B_2^T, \dots, B_I^T)^T$ 。

因此，試題 i 反應在類別 j 機率的模式如式子 (1) 所示：

$$P(X_{ik}=1; \xi | \theta) = \frac{\exp(b'_{ik}\theta + a'_{jk}\xi)}{\sum_{k=1}^{K_i} \exp(b'_{ik}\theta + a'_{jk}\xi)} \quad (1)$$

其中 X_{ik} 為受試者反應組型， K_i 為第 i 題的反應類別數， b'_{jk} 為第 i 題在第 k 個反應類別上的計分向量； θ 為受試者能力向量； a'_{jk} 為第 i 題中第 k 個反應類別的設計向量； ξ 為試題參數向量。

二、可能值方法

可能值方法是以潛在迴歸模式，加入學生背景變項計算後驗分佈，並抽取可能值，以利於次級資料分析者使用，可能值方法中沒有先估計個體的能力再計算群體參數，而是對相似的學生（學生有相似的答題反應和背景變項）插補分數，使用可得的資料，包含學生的答題反應和背景變項資料直接估計母群的參數，可以使參數的估計更精準（Mislevy & Sheehan, 1989）。當模式被正確界定時，可能值可以提供群體參數的一致性估計，但他們並非個體能力的不偏估計，使用可能值的平均並不能代表個別學生的能力（Mislevy, Beaton, Kaplan, & Sheehan, 1992）。

試題反應模式為條件機率的模式，它描述了以能力值 θ 為條件而產生試題反應的過程。此模式完整的定義需要界定能力值 θ 的密度函數 $f_\theta(\theta; \alpha)$ 。令 α 為 θ 分佈的參數集。當定義單向度邊際試題反應模式（uni-dimensional marginal item response models），常假設抽樣的學生來自於一個常態分佈的母體，其平均數為 μ ，變異數為 σ^2 。也就是：

$$f_\theta(\theta; \alpha) \equiv f_\theta(\theta; \mu, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp\left[-\frac{(\theta - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (2)$$

或者同義的式子，

$$\theta = \mu + E \quad (3)$$

其中， $E \sim N(0, \sigma^2)$ 。

Adams (1997) 等人使用迴歸模式 $Y_n^T \beta$ 取代平均數 μ ，其中 Y_n 是一個 u 的向量，對於學生 n ， Y_n 是固定且已知，可視為學生的性別或父母親的社經地位等條件變數， β 是一個相對應的迴歸係數向量。則學生 n 的母群模式可表示為：

$$\theta_n = Y_n^T \beta + E_n \quad (4)$$

其中假設 $E_n \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$ 。 E_n 的分佈應該會和 θ_n 相同，只是將其轉換為平均數為 0。另外，母體的模式可以被替換為如下

$$f_n(\theta_n; Y_n, \beta, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} (\theta_n - Y_n^T \beta)' (\theta_n - Y_n^T \beta)\right] \quad (5)$$

公式 (5) 為一常態分佈，平均數為 $Y_n^T \beta$ ，變異數為 σ^2 ，若使用公式 (5) 估算母體分佈，則需要估算的參數為 β ， σ^2 和 ξ （試題參數），其邊際後驗機率可以被表示為

$$h_\theta(\theta_n; Y_n, \xi, \beta, \sigma^2 | x_n) = \frac{f_n(x_n; \xi | \theta_n) f_\theta(\theta_n; Y_n, \beta, \sigma^2)}{f_x(x_n; Y_n, \xi, \beta, \sigma^2)} \quad (6)$$

如果是多維度變量母群模式，模式如下：

$$f_\theta(\theta_n; \gamma, \Sigma) = (2\pi)^{-d/2} |\Sigma|^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2} (\theta_n - \gamma)^T \Sigma^{-1} (\theta_n - \gamma)\right] \quad (7)$$

其中， γ 是一個 $u \times d$ 的迴歸係數矩陣， Σ 是一個 $d \times d$ 的變異數共變數矩陣，每一位受試者的能力值之後驗分佈，如下所示（Adams, Wilson, & Wang, 1997）：

$$h_{\theta}(\theta_n; \xi, \gamma, \Sigma | x_n) = \frac{f_n(x_n; \xi | \theta_n) f_{\theta}(\theta_n; \gamma, \Sigma)}{f_x(x_n; \xi, \gamma, \Sigma)} \\ = \frac{f_n(x_n; \xi | \theta_n) f_{\theta}(\theta_n; \gamma, \Sigma)}{\int_{\theta} f_n(x_n; \xi | \theta) f_{\theta}(\theta; \gamma, \Sigma)} \quad (8)$$

最後，從每一位受試者的能力值之後驗分佈中抽取五個可能值。

三、國內外大型測驗之探討

(一) NAEP 測驗之探討

NAEP 為美國教育測驗服務社 (Educational Testing Service, ETS) 所發展的聯邦補助計畫，主要目的為建立學生學習成就的趨勢。NAEP 是美國評量學生成就之代表，自 1969 年便開始定期地對 4 年級、8 年級及 12 年級學生進行閱讀 (reading)、數學 (mathematics)、科學 (science)、寫作 (writing) 之能力評量。

在問卷方面，使用教師問卷來評估受試者，問卷內容包含教師的背景、教師的訓練、及特定班級教師的教學過程等。

試題分析是各年級各學科領域分開進行分析，分析項目包含背景試題與認知試題 (二元計分試題與多點計分試題) 兩部份。各學科領域之量尺是以 IRT 為基礎，並使用多重插補法 (multiple imputation)，即可能值的方法論估計量尺分數分布的特徵 (Allen, Donoghue, & Schoeps, 2001)。

(二) PISA 大型測驗之探討

PISA 是由 OECD 所委託的計畫，目的在於了解個人參與社會活動的能力。主要的對象是 15 歲的學生，並進行其閱讀素養 (reading literacy)、數學素養 (mathematical literacy)、科學素養 (scientific literacy)、及問題解決 (problem solving) 之能力評量。

PISA 研發之背景問卷包含：學生問卷、學校問卷、國際選擇權 (international options)、教育職業問卷、資訊傳播科技 (information communication technology) 問卷、全國性的問卷。

試題分析使用 MRCML 模式進行測驗資料分析，針對各項度之次級量尺進行估計，而使用軟體為 ConQuest (Wu, Adams, & Wilson, 1997)，多點計分試題使用部分給分模式 (partial credit model, PCM)。個別受試者能力估計使用最大似估計法 (maximum likelihood estimation, MLE) 估計受試者能力表現；群體能力估計使用可能值的方法 (OECD, 2005)。

(三) TIMSS 大型測驗之探討

TIMSS 主要目的為進行學生數學與科學教育成就趨勢調查研究，測試對象為 4 年級與 8 年級之學生，欲評估學生能否掌握參與社會所需的知識與技能，並藉由國際評比來比較參與地區或國家的教育成效。

施測內容分為數學與科學兩學科，各學科分為內容領域 (content domain) 與認知領域 (cognitive domain)。問卷則分為學校問卷、教師問卷、及學生問卷三類。

TIMSS 2003 數學與科學試題包含二元計分試題與多點計分試題 (0、1、2 三點計分)，其中，二元計分試題分析使用 2PL 與 3PL 之 IRT 模式，多點計分試題使用 GPCM；然而，進行量尺化程序前，測驗試題需進行簡單的統計分析，包含整體測驗之統計描述、各國之間影響、測驗資料之信度研究等。

TIMSS 量尺化方法是使用多重插補法或可能值的方法論，以獲得所有學生

數學與科學的能力分數，即使每位學生僅作答一部分的評量題庫。TIMSS 使用之 IRT 量尺化方法是由 ETS 所發展，並使用於 NAEP 評量 (Martin, Mullis, & Chrostowski, 2004)。

(四) TASA 大型測驗之探討

「臺灣學生學習成就評量資料庫」(Taiwan Assessment of Student Achievement, 簡稱 TASA) 是國內由教育部委託國家教育研究院籌備處策劃督導，所進行長期性研究計畫。建置一完整且客觀的全國性學生學習成就資料庫，以縱向瞭解學生的學習表現。

施測對象為國小、國中、高中、高職此三個教育階段，施測內容包含國語文、英語文、數學、社會、自然五個科目。試題類型有選擇題、填充題、開放性試題。

TASA 2006 年問卷分為二大部份：第一部份為學生共同問卷；第二部份為各科問卷 (包括：國語文、英語文、數學、社會及自然)。每位學生均需填寫 1 份共同問卷及 2 份各科問卷 (依其施測科目而定)。

現階段是以 IRT 三參數對數模式 (Birnbaum, 1968; Lord, 1980) 估計受試者能力表現，使用軟體為 BILOG (Mislevy & Bock's, 1982)、SCORIGHT (Wang, Bradlow, & Wainer, 2004)。

參、研究方法與步驟

一、實驗設計

1. 研究對象：2006 年 TASA 數學科國小四年級年段施測後所蒐集到的學生作答資料與學生問卷資料。
2. 數學試題數：103 題。
3. 數學試題向度：數與計算、量與實測、幾何、統計與機率、代數共五個向度。
4. 問卷資料題數：數學問卷 13 題、共同問卷 28 題。
5. 施測人數：刪除無效樣本後為 8083 人。
6. 估計方法：多向度試題反應理論下使用可能值分法。
7. 本研究分成五種模式進行探討，分別為：
模式一：未納入背景變項估計可能值。
模式二：單納一個背景變項估計可能值。
模式三：單納一個背景變項，以及以主成分分析進行轉換的因素分數估計可能值。
模式四：將全部背景變項以主成分分析進行轉換的因素分數估計可能值。
模式五：仿照 PISA 納入性別與父母親職業之背景變項，以及以主成分分析進行轉換的因素分數估計可能值。

以下為了表達上之便利，模式一以 M1 表示、…、模式五以 M5 表示。

二、研究方法

本研究分別使用 ConQuest 軟體，以 IRT 單參數與多維度模式進行能力估計。使用可能值方法估計群體能力參數。並比較不同模式間的估計結果差異。以下分別詳述不同模式下可能值方法估計步驟。

1. 未納入背景變項估計可能值

未納入任何背景變項利用學生作答反應以 IRT 單參數模式進行可能值方法估計學生群體能力參數。

2. 單納一個背景變項估計可能值

將數學問卷與共同問卷，共 41 題分別與能力值進行二系列相關。將相關係數取絕對值後經由高低排序，分別從高到低抽取六個背景變項進行探討，如表 1。分別納入上述六個背景變項利用可能值方法估計學生群體能力參數。

3. 單納一個背景變項，以及以主成分分析進行轉換的因素分數估計可能值。

將相關高到低的六個背景變項分別納入直接視為條件變數。並將其餘條件變數，使用主成分分析分析虛擬編碼的變數，計算每一位學生的主成分分數，主成份的數量必須要能解釋原始資料 95% 的變異。使用主成分分析得到的條件變數，利用可能值方法估計學生群體能力參數。

表 1 TASA 數學科背景問卷題目

題號	問卷題目	相關係數
數學問卷 08	家中適合你閱讀的書籍大約有多少？	0.242
數學問卷 11	你是否希望自己學校數學段考成績更高一點？	0.184
數學問卷 05	這學期，你主動做數學參考書練習題或評量卷的情形如何？	0.155
數學問卷 01	這學期中，你是否曾經和家人一起討論學校數學功課？	0.105
共同問卷 01	你是（性別）？	0.059
共同問卷 24	你每個禮拜平均考試次數？	0.018

4. 將全部背景變項以主成分分析進行轉換的因素分數估計可能值

使用主成分分析分析虛擬編碼的變數，並且計算每一位學生的主成分分數，主成份的數量必須要能解釋原始資料 95% 的變異。使用主成分分析得到的條件變數，利用可能值方法估計學生群體能力參數。

5. 仿照 PISA 納入性別與父母親職業之背景變項，以及以主成分分析進行轉換的因素分數估計可能值

參考 PISA 2006 技術報告（OECD, 2006）將性別、父母親職業之背景變項直接視為是條件變數。並將其餘條件變數，使用主成分分析分析虛擬編碼的變數，計算每一位學生的主成分分數，主成份的數量必須要能解釋原始資料 95% 的變異。使用主成分分析得到的條件變數，利用可能值方法估計學生群體能力參數。

肆、研究結果

在本研究中設計了五種模式（M1~M5），比較不同模式間估計群體參數結果，最後藉由模式比較納入不同背景變項與能力間的相關高低，對於估計群體能力參數的影響，研究結果分列如下：

一、多向度試題反應理論下可能值分法估計群體能力參數之結果

表 2 為數學問卷 08「家中適合你閱讀的書籍大約有多少？」為多向度試題反應理論下可能值方法於不同模式中對於五個向度於各類別中群體平均數之估計。在六組不同的背景變項下探討五個模式的群體平均數中發現，五個向度下不同類別平均能力值由高到低的排序有一致的趨勢；但是當納入與能力相關較低的背景變項（共同問卷 24 題）時，五個向度下不同類別平均能力值會呈現不同的結果。以此方法針對數學問卷 11「你是否希望自己學校數學段考成績更高一點？」、數學問卷 05「這學期，你主動做數學參考書練習題或評量卷的情形如

何？」、數學問卷 01「這學期中，你是否曾經和家人一起討論學校數學功課？」、共同問卷 01「性別」、共同問卷 24「你每個禮拜平均考試次數？」發現有相似的結果，於附錄表 10 到 14 呈現。

表2 數學問卷08「家中適合你閱讀的書籍大約有多少？」各向度之群體平均數

內容 向度	類別	M1	M2	M3	M4	M5	名次
數與計算	1：很少（10 本以下）	-0.198	-0.278	-0.303	-0.313	-0.296	4
	2：大約一個小書櫃的 藏書（11~25 本）	0.076	0.041	0.067	0.059	0.060	3
	3：大約一個大書櫃的 藏書（26~100 本）	0.298	0.325	0.344	0.348	0.342	2
	4：超過一個大書櫃的 藏書（100 本以上）	0.305	0.407	0.388	0.416	0.405	1
量與實測	1：很少（10 本以下）	0.088	0.041	0.024	0.012	0.034	4
	2：大約一個小書櫃的 藏書（11~25 本）	0.319	0.302	0.321	0.315	0.312	3
	3：大約一個大書櫃的 藏書（26~100 本）	0.512	0.532	0.543	0.546	0.538	2
	4：超過一個大書櫃的 藏書（100 本以上）	0.516	0.591	0.573	0.600	0.571	1
幾何	1：很少（10 本以下）	-0.146	-0.219	-0.240	-0.254	-0.231	4
	2：大約一個小書櫃的 藏書（11~25 本）	0.065	0.038	0.041	0.047	0.050	3
	3：大約一個大書櫃的 藏書（26~100 本）	0.214	0.257	0.266	0.276	0.261	2
	4：超過一個大書櫃的 藏書（100 本以上）	0.229	0.327	0.303	0.337	0.315	1
統計與機率	1：很少（10 本以下）	0.022	-0.041	-0.071	-0.078	-0.072	4
	2：大約一個小書櫃的 藏書（11~25 本）	0.284	0.262	0.302	0.293	0.298	3
	3：大約一個大書櫃的 藏書（26~100 本）	0.501	0.520	0.557	0.553	0.564	2
	4：超過一個大書櫃的 藏書（100 本以上）	0.505	0.593	0.577	0.599	0.577	1
代數	1：很少（10 本以下）	-0.219	-0.261	-0.278	-0.295	-0.271	4
	2：大約一個小書櫃的 藏書（11~25 本）	0.017	0.001	0.020	0.002	-0.002	3
	3：大約一個大書櫃的 藏書（26~100 本）	0.229	0.237	0.244	0.255	0.243	2
	4：超過一個大書櫃的 藏書（100 本以上）	0.234	0.286	0.279	0.308	0.276	1

二、不同模式對於估計各個向度群體能力參數的影響

表 3 為不同模式中，在六組不同背景變項、五個向度下，最高數學成就能力值組別與最低數學成就能力值組別的差異。從表發現：有納入背景變項進行估計（模式二~模式五），在五個向度中，最高數學成就能力值的組別與最低數學成就能力值組別的差距比忽略背景變項（模式一）進行能力值估計的差距來的大；當納入與能力相關較低的背景變項（共同問卷 01、24 題）時，某些向度中，模式二的差距會比模式一小，但兩模式間的數值差異相當接近。

表 3 模式一~模式五之最高與最低數學成就能力值的差異

納入的背景變項	內容向度	M1	M2	M3	M4	M5
數學問卷 08：「家中適合你閱讀的書籍大約有多少？」	數與計算	0.503	0.686	0.691	0.729	0.701
	量與實測	0.428	0.550	0.549	0.588	0.538
	幾何	0.374	0.546	0.543	0.591	0.546
	統計與機率	0.482	0.634	0.648	0.677	0.650
	代數	0.453	0.547	0.556	0.603	0.547
數學問卷 11：「你是否希望自己學校數學段考成績更高一點？」	數與計算	0.502	0.655	0.618	0.620	0.587
	量與實測	0.422	0.548	0.537	0.528	0.504
	幾何	0.383	0.582	0.566	0.519	0.589
	統計與機率	0.509	0.681	0.671	0.599	0.659
	代數	0.462	0.559	0.516	0.558	0.509
數學問卷 05：「這學期，你主動做數學參考書練習題或評量卷的情形如何？」	數與計算	0.365	0.439	0.463	0.473	0.467
	量與實測	0.297	0.331	0.356	0.355	0.347
	幾何	0.241	0.297	0.328	0.329	0.318
	統計與機率	0.347	0.397	0.434	0.441	0.449
	代數	0.318	0.352	0.374	0.369	0.368
數學問卷 01：「這學期中，你是否曾經和家人一起討論學校數學功課？」	數與計算	0.460	0.534	0.532	0.532	0.525
	量與實測	0.417	0.489	0.494	0.494	0.481
	幾何	0.388	0.465	0.476	0.479	0.469
	統計與機率	0.457	0.504	0.534	0.537	0.519
	代數	0.192	0.224	0.251	0.250	0.222
共同問卷 01：「你是（性別）？」	數與計算	0.330	0.381	0.386	0.380	0.368
	量與實測	0.342	0.347	0.352	0.349	0.330
	幾何	0.309	0.269	0.279	0.286	0.263
	統計與機率	0.342	0.310	0.328	0.342	0.329
	代數	0.083	0.070	0.079	0.093	0.078
共同問卷 24：「你每個禮拜平均考試次數？」	數與計算	0.177	0.179	0.214	0.217	0.213
	量與實測	0.149	0.136	0.166	0.166	0.162
	幾何	0.111	0.102	0.129	0.129	0.124
	統計與機率	0.165	0.144	0.172	0.175	0.178
	代數	0.151	0.174	0.180	0.184	0.183

在表 4 顯示，相較於模式一而言，模式二~五的結果，在各個向度中隨著納

入的背景變項與能力相關的遞減，其群體能力平均的差異也隨之遞減。此外，由模式一與模式二~五的比較結果顯示，有無納入背景變項會影響估計群體能力參數。

表4 模式一與模式二~五的差異比較結果

內容 向度	背景變項與能 力值得相關	納入的背景 變項	M2-M1	M3-M1	M4-M1	M5-M1
數與 計算	0.242	數學問卷 08	0.061	0.061	0.073	0.065
	0.184	數學問卷 11	0.050	0.042	0.044	0.035
	0.155	數學問卷 05	0.046	0.044	0.051	0.048
	0.105	數學問卷 01	0.032	0.033	0.034	0.031
	0.059	共同問卷 01	0.024	0.027	0.028	0.022
	0.018	共同問卷 24	0.008	0.013	0.013	0.013
量與 實測	0.242	數學問卷 08	0.040	0.038	0.050	0.036
	0.184	數學問卷 11	0.047	0.046	0.044	0.040
	0.155	數學問卷 05	0.023	0.023	0.024	0.021
	0.105	數學問卷 01	0.032	0.034	0.033	0.036
	0.059	共同問卷 01	0.018	0.023	0.019	0.016
	0.018	共同問卷 24	0.006	0.007	0.007	0.007
幾何	0.242	數學問卷 08	0.061	0.061	0.074	0.059
	0.184	數學問卷 11	0.065	0.062	0.047	0.069
	0.155	數學問卷 05	0.031	0.028	0.030	0.028
	0.105	數學問卷 01	0.038	0.039	0.040	0.032
	0.059	共同問卷 01	0.013	0.014	0.009	0.024
	0.018	共同問卷 24	0.009	0.008	0.008	0.018
統計 與機 率	0.242	數學問卷 08	0.048	0.060	0.064	0.061
	0.184	數學問卷 11	0.071	0.070	0.042	0.067
	0.155	數學問卷 05	0.036	0.034	0.040	0.043
	0.105	數學問卷 01	0.067	0.066	0.064	0.062
	0.059	共同問卷 01	0.023	0.022	0.017	0.028
	0.018	共同問卷 24	0.026	0.028	0.027	0.030
代數	0.242	數學問卷 08	0.030	0.031	0.048	0.032
	0.184	數學問卷 11	0.035	0.031	0.044	0.035
	0.155	數學問卷 05	0.030	0.028	0.026	0.030
	0.105	數學問卷 01	0.016	0.029	0.029	0.018
	0.059	共同問卷 01	0.006	0.006	0.005	0.008
	0.018	共同問卷 24	0.020	0.018	0.018	0.020

三、不同背景變項與能力間的相關高低，對於估計各向度之群體能力參數的影響

本研究目的之一為探討不同背景變項與能力間的相關高低，對於估計各個向度之群體能力參數的影響，利用單獨納入不同相關程度的背景變項(M2 與 M3)，探討對於估計群體參數的比較，表 5 中為納入單一背景變項，探討在「數與計算」

此向度中，各群體平均數之比較；其中 BV1~BV6 為依據其相關程度由高到低排列，方格內數值為模式二與模式三相減取絕對值，在模式二與模式三比較結果顯示：納入的背景變項與關注群體能力的背景變項相同時，則模式二與模式三會有相近的結果；反之，納入的背景變項與關注群體能力的背景變項不同時，則模式二與模式三在納入高相關的背景變項下會有較大的差異，低相關則差異較小。以此方法針對其他四個向度進行探討，發現有相似的結果，於附錄表 6 到 9 呈現。

表5 在「數與計算」此向度中單獨納入不同相關程度背景變項對於估計群體參數之影響

	BV1	BV2	BV3	BV4	BV5	BV6
BV1	0.025	0.111	0.091	0.099	0.108	0.107
	0.027	0.018	0.016	0.012	0.021	0.004
	0.018	0.063	0.048	0.056	0.063	0.060
	0.020	0.092	0.108	0.110	0.109	0.114
BV2	0.003	0.006	0.003	0.001	0.003	0.004
	0.041	0.007	0.028	0.055	0.064	0.052
	0.036	0.003	0.034	0.050	0.054	0.046
	0.109	0.040	0.058	0.059	0.118	0.048
BV3	0.038	0.052	0.000	0.053	0.060	0.045
	0.006	0.011	0.008	0.010	0.002	0.008
	0.052	0.055	0.024	0.063	0.067	0.068
	0.040	0.059	0.025	0.081	0.071	0.062
BV4	0.010	0.010	0.011	0.005	0.013	0.020
	0.032	0.059	0.042	0.003	0.057	0.058
BV5	0.031	0.029	0.035	0.037	0.005	0.040
	0.027	0.034	0.031	0.028	0.002	0.028
BV6	0.012	0.032	0.021	0.031	0.033	0.017
	0.011	0.006	0.010	0.009	0.006	0.018
	0.013	0.002	0.007	0.017	0.018	0.003
	0.016	0.017	0.009	0.037	0.023	0.006

伍、結論與建議

由研究結果可知，多向度試題反應理論下可能值方法於不同模式中對於五個向度於六組不同的背景變項下，在不同類別平均能力值由高到低的排序有一致的趨勢。此外，有納入背景變項進行估計（模式二~模式五），在五個向度中，最高數學成就能力值的組別與最低數學成就能力值組別的差距比忽略背景變項（模式一）進行能力值估計的差距來的大，所以發現有無納入背景變項會影響估計群體能力參數。

另外，在納入不同相關程度的背景變項之研究中發現：相較於模式一而言，模式二~五的結果，在各個向度中隨著納入的背景變項與能力相關的遞減，其群體能力平均的差異也隨之遞減；如單獨納入不同相關程度的背景變項，比較模式

二與模式三顯示：納入的背景變項與關注群體能力的背景變項相同時，則模式二與模式三會有相近的結果；反之，納入的背景變項與關注群體能力的背景變項不同時，則模式二與模式三在納入高相關的背景變項下會有較大的差異，低相關則差異較小。

由實驗結果可知，多向度試題反應理論下可能值方法，不僅能獲得學生群體能力表現，也可以得到學生在每個向度下的群體能力表現，提供更多的測驗結果訊息。

本研究是以 MIRT 單參數模式，利用 TASA 2006 數學科實證資料探討不同相關程度背景變項以及不同模式下，對於群體參數估計之影響，但無法得知 MIRT 單參數模式下，是否能有較小的估計誤差，因此，未來可藉由模擬研究探討 MIRT 單參數模式之效果。此外，MIRT 的模式中另有其他模式，如：二參數或三參數模式有待研究與討論。提出以上研究建議，供後續相關研究者參考。

參考文獻

中文部份

TASA臺灣學生學習成就評量資料庫。上網日期：99年5月15日。取自：

<http://tasa.naer.edu.tw/15news-1.asp>

英文部分

- Adams, R. J., Wilson, M., & Wang, W. -C. (1997). The multidimensional random coefficients multinomial logit model. *Applied Psychological Measurement*, 21, 1-23.
- Allen, N. L., Donoghue, J. R., & Schoeps, T. L. (2001). *The NAEP 1998 technical report*. Washington, DC: National Center for Educational Statistics.
- Birnbaum, A. (1968). *Some latent trait model and their use in inferring an examinee's ability*. In F. M. Lord & M. R. Novick, *Statistical theories of mental test scores*, 17-20. Reading, Mass: Addison-Wesley.
- de la Torre, J., & Song, H. (2009). Improving the quality of ability estimates through multidimensional scoring and incorporation of ancillary variables. *Applied Psychological Measurement*, 33, 465-485.
- Fox, J. P., Klein Entink, R. H., & van der Linden, W. J. (2007). Modeling of responses and response times with the package CIRT. *Journal of Statistical Software*, 20, 1-14.
- Hoskens, M., & De Boeck, P. (1997). A parametric model for local dependence among test items. *Psychological methods*, 2, 261-277.
- Lee, J., Grigg, W., & Dion, G. (2007). *The Nation's Report Card: Mathematics 2007*. National Center for Education Statistics, Institute of Education Sciences, U. S. Department of Education, Washington, D. C.
- Lord, F. M. (1980). *Applications of Item Response Theory to Practical Testing Problems*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Martin, M. O., Mullis, I. V. S., & Chrostowski, S. J. (Eds.) (2004). *TIMSS 2003 Technical Report*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.
- Mislevy, R. J., & Bock R. D. (1982), *Implementation of the EM algorithm in the estimation of item parameters: The BILOG computer program*, Item Response Theory and Computerized Adaptive Testing Conference, Wayzata, MN, July

- 27-30, 1982.
- Mislevy, R. J., & Sheehan, K. M. (1989). Information matrices in latent-variable models. *Journal of Educational Statistics*, 14, 335-350.
- Mislevy, R. J., Beaton, A. E., Kaplan, B., & Sheehan, K. M. (1992). Estimating population characteristics form sparse matrix samples of item response. *Journal of Educational Measurement*, 29, 133-161, National Council on Measurement in Education, Washington, D. C.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Ruddock, G. J., O'Sullivan, C.Y., Arora, A., & Eberber, E. (2005). *TIMSS 2007 Assessment Frameworks*. from <http://timss.bc.edu/TIMSS2007/frameworks.html>
- OECD (2005). *PISA 2003 Technical Report*. OCED, Paris.
- OECD (2006). *Assessing Scientific, Reading and Mathematical Literacy*. OCED, Paris. from http://www.oecd.org/document/33/0,3343,en_32252351_32236191_37462369_1_1_1_1,00.html
- van der Linden, W. J. (2007). A hierarchical framework for modeling speed and accuracy on test items. *Psychometrika*, 72, 287-308.
- Wang, W., Wilson, M., & Cheng, Y. (2000). *Local Dependence between Latent Traits when Common Stimuli are Used*. Paper presented at the International Objective Measurement Workshop, New Orleans, LA.
- Wang, X., Bradlow, E. T., & Wainer, H. (2004). *A user's guide for SCORIGHT (version 3.0): A computer program for scoring tests built of testlets including a module for covariate analysis* (ETS Technical Report RR-04-49). Princeton, NJ: Educational Testing Service.
- Wilson, M. & Adams R. J.,(1995). Rasch models for item bundles. *Psychometrika*, 60, 181-198.
- Wu, M. (2005). The role of plausible values in large-scale surveys. *Studies in Educational Evaluation*, 31(2-3), 114-128.
- Wu, M., Adams, R. J. & Wilson, M. R. (1997). *ConQuest: Multi-Aspect Test Software* computer program, Australian Council for Education Research, Camberwell.

附錄

表6 數學問卷11「你是否希望自己學校數學段考成績更高一點？」各向度之群體平均數

內容 向度	類別	M1	M2	M3	M4	M5	名次
數與計算	1：希望，我希望表現比別人好	0.118	0.122	0.116	0.110	0.115	2
	2：希望，成績好會被誇獎	-0.118	-0.159	-0.166	-0.167	-0.170	3
	3：希望，數學很重要	0.233	0.262	0.266	0.272	0.264	1
	4：不抱希望	-0.268	-0.392	-0.352	-0.348	-0.323	4
量與實測	1：希望，我希望表現比別人好	0.355	0.363	0.358	0.356	0.356	2
	2：希望，成績好會被誇獎	0.154	0.097	0.088	0.086	0.075	3
	3：希望，數學很重要	0.458	0.502	0.502	0.504	0.501	1
	4：不抱希望	0.036	-0.046	-0.034	-0.024	-0.003	4
幾何	1：希望，我希望表現比別人好	0.088	0.097	0.098	0.083	0.096	2
	2：希望，成績好會被誇獎	-0.090	-0.143	-0.146	-0.136	-0.154	3
	3：希望，數學很重要	0.179	0.215	0.221	0.225	0.219	1
	4：不抱希望	-0.204	-0.367	-0.344	-0.293	-0.370	4
統計與機率	1：希望，我希望表現比別人好	0.329	0.357	0.362	0.340	0.358	2
	2：希望，成績好會被誇獎	0.095	0.012	0.011	0.030	0.007	3
	3：希望，數學很重要	0.439	0.458	0.470	0.478	0.477	1
	4：不抱希望	-0.070	-0.223	-0.201	-0.121	-0.182	4
代數	1：希望，我希望表現比別人好	0.055	0.052	0.049	0.048	0.035	2
	2：希望，成績好會被誇獎	-0.145	-0.186	-0.208	-0.218	-0.217	3
	3：希望，數學很重要	0.178	0.224	0.215	0.215	0.217	1
	4：不抱希望	-0.284	-0.335	-0.301	-0.343	-0.292	4

表7 數學問卷05「這學期，你主動做數學參考書練習題或評量卷的情形如何？」
各向度之群體平均數

內容 向度	類別	M1	M2	M3	M4	M5	名次
數與計算	1：很少	-0.041	-0.090	-0.091	-0.093	-0.093	4
	2：一個月一兩次	0.122	0.091	0.100	0.089	0.103	3
	3：一個禮拜一兩次	0.324	0.349	0.373	0.379	0.374	1
	4：每天	0.159	0.240	0.216	0.224	0.231	2
量與實測	1：很少	0.224	0.204	0.203	0.204	0.201	4
	2：一個月一兩次	0.370	0.358	0.357	0.352	0.364	3
	3：一個禮拜一兩次	0.522	0.535	0.560	0.559	0.548	1
	4：每天	0.397	0.444	0.419	0.418	0.423	2
幾何	1：很少	-0.018	-0.051	-0.050	-0.051	-0.051	4
	2：一個月一兩次	0.082	0.075	0.081	0.073	0.092	3
	3：一個禮拜一兩次	0.223	0.246	0.278	0.278	0.267	1
	4：每天	0.121	0.180	0.143	0.143	0.146	2
統計與機率	1：很少	0.173	0.136	0.147	0.143	0.134	4
	2：一個月一兩次	0.345	0.322	0.327	0.317	0.355	3
	3：一個禮拜一兩次	0.521	0.534	0.581	0.584	0.583	1
	4：每天	0.362	0.434	0.394	0.398	0.422	2
代數	1：很少	-0.076	-0.103	-0.108	-0.105	-0.114	4
	2：一個月一兩次	0.075	0.053	0.055	0.052	0.054	3
	3：一個禮拜一兩次	0.241	0.249	0.266	0.264	0.254	1
	4：每天	0.096	0.161	0.133	0.126	0.144	2

表8 數學問卷01「這學期中，你是否曾經和家人一起討論學校數學功課？」各向度之群體平均數

內容 向度	類別	M1	M2	M3	M4	M5	名次
數與計算	1：是	0.141	0.142	0.148	0.150	0.150	1
	2：否	-0.083	-0.146	-0.143	-0.143	-0.137	2
量與實測	1：是	0.377	0.388	0.389	0.390	0.388	1
	2：否	0.187	0.135	0.132	0.133	0.127	2
幾何	1：是	0.102	0.117	0.115	0.117	0.114	1
	2：否	-0.040	-0.101	-0.105	-0.105	-0.093	2
統計與機率	1：是	0.348	0.364	0.371	0.374	0.376	1
	2：否	0.138	0.020	0.030	0.036	0.042	2
代數	1：是	0.083	0.084	0.087	0.087	0.079	1
	2：否	-0.109	-0.140	-0.163	-0.163	-0.143	2

表9 共同問卷01「性別」各向度之群體平均數

內容 向度	類別	M1	M2	M3	M4	M5	名次
數與計算	1：男生	0.151	0.167	0.172	0.176	0.171	1
	2：女生	0.054	0.022	0.020	0.023	0.030	2
量與實測	1：男生	0.384	0.402	0.405	0.403	0.398	1
	2：女生	0.303	0.287	0.278	0.285	0.285	2
幾何	1：男生	0.113	0.101	0.097	0.106	0.091	1
	2：女生	0.041	0.055	0.053	0.054	0.068	2
統計與機率	1：男生	0.350	0.324	0.332	0.339	0.331	1
	2：女生	0.271	0.292	0.298	0.294	0.308	2
代數	1：男生	0.091	0.084	0.083	0.091	0.080	1
	2：女生	0.008	0.014	0.004	-0.003	0.002	2

表10 共同問卷24「你每個禮拜平均考試次數？」各向度之群體平均數

內容 向度	類別	M1	M2	M3	M4	M5	名次
數與計算	1：不到1次	-0.010	-0.023	-0.040	-0.041	-0.041	4
	2：1~2次	0.167	0.156	0.174	0.176	0.173	1
	3：3次	0.062	0.054	0.057	0.057	0.063	3
	4：4次以上	0.098	0.100	0.106	0.104	0.115	2
量與實測	1：不到1次	0.250	0.259	0.240	0.241	0.242	4
	2：1~2次	0.399	0.396	0.406	0.408	0.404	1
	3：3次	0.305	0.314	0.299	0.300	0.297	3
	4：4次以上	0.336	0.335	0.332	0.331	0.330	2
幾何	1：不到1次	0.012	0.019	0.004	0.004	0.018	4
	2：1~2次	0.123	0.121	0.132	0.134	0.137	1
	3：3次	0.042	0.035	0.038	0.038	0.036	3
	4：4次以上	0.058	0.038	0.049	0.048	0.013	2
統計與機率	1：不到1次	0.209	0.239	0.224	0.223	0.227	4
	2：1~2次	0.374	0.377	0.396	0.398	0.403	1
	3：3次	0.268	0.258	0.256	0.259	0.261	3
	4：4次以上	0.293	0.233	0.228	0.232	0.225	2
代數	1：不到1次	-0.047	-0.074	-0.080	-0.081	-0.086	4
	2：1~2次	0.104	0.100	0.101	0.103	0.096	1
	3：3次	0.022	0.040	0.014	0.015	0.024	3
	4：4次以上	0.038	0.072	0.068	0.068	0.070	2

表 11 在「量與實測」此向度中單獨納入不同相關程度背景變項對於估計群體參數之影響

	BV1	BV2	BV3	BV4	BV5	BV6
BV1	0.017	0.081	0.065	0.075	0.077	0.085
	0.018	0.010	0.015	0.012	0.023	0.012
	0.012	0.032	0.034	0.032	0.041	0.036
	0.018	0.078	0.086	0.085	0.088	0.093
BV2	0.002	0.005	0.001	0.003	0.001	0.001
	0.068	0.009	0.048	0.083	0.096	0.074
	0.044	0.001	0.040	0.052	0.057	0.041
	0.095	0.012	0.072	0.064	0.108	0.060
BV3	0.019	0.023	0.001	0.022	0.028	0.026
	0.005	0.007	0.001	0.005	0.006	0.009
	0.033	0.028	0.025	0.028	0.039	0.039
	0.006	0.011	0.025	0.020	0.010	0.015
BV4	0.009	0.010	0.011	0.001	0.011	0.011
	0.039	0.067	0.044	0.003	0.064	0.060
BV5	0.021	0.017	0.024	0.024	0.003	0.022
	0.023	0.023	0.024	0.024	0.008	0.026
BV6	0.006	0.014	0.009	0.009	0.010	0.019
	0.008	0.003	0.008	0.002	0.004	0.010
	0.022	0.005	0.005	0.001	0.011	0.015
	0.002	0.003	0.002	0.012	0.004	0.003

表 12 在「幾何」此向度中單獨納入不同相關程度背景變項對於估計群體參數之影響

	BV1	BV2	BV3	BV4	BV5	BV6
BV1	0.021	0.105	0.087	0.103	0.114	0.109
	0.003	0.022	0.014	0.023	0.031	0.013
	0.009	0.061	0.048	0.045	0.058	0.064
	0.024	0.113	0.100	0.110	0.114	0.118
BV2	0.011	0.000	0.008	0.010	0.013	0.003
	0.042	0.003	0.036	0.074	0.067	0.052
	0.035	0.006	0.051	0.057	0.059	0.056
	0.128	0.022	0.090	0.099	0.135	0.080
BV3	0.020	0.025	0.001	0.029	0.031	0.026
	0.002	0.015	0.005	0.008	0.015	0.020
	0.020	0.038	0.032	0.040	0.042	0.051
	0.011	0.016	0.037	0.006	0.011	0.036
BV4	0.003	0.012	0.012	0.002	0.007	0.015
	0.022	0.049	0.039	0.004	0.056	0.044
BV5	0.006	0.002	0.003	0.005	0.004	0.006
	0.006	0.004	0.004	0.001	0.002	0.004
BV6	0.004	0.007	0.010	0.011	0.003	0.015
	0.003	0.008	0.009	0.003	0.011	0.011
	0.010	0.002	0.005	0.004	0.018	0.003
	0.031	0.028	0.028	0.022	0.039	0.011

表 13 在「統計與機率」此向度中單獨納入不同相關程度背景變項對於估計群體參數之影響

	BV1	BV2	BV3	BV4	BV5	BV6
BV1	0.030	0.108	0.091	0.090	0.094	0.113
	0.040	0.002	0.007	0.009	0.003	0.004
	0.037	0.080	0.064	0.063	0.081	0.064
	0.016	0.082	0.089	0.069	0.069	0.102
BV2	0.016	0.005	0.011	0.018	0.018	0.012
	0.057	0.001	0.048	0.081	0.084	0.076
	0.048	0.013	0.049	0.050	0.049	0.048
	0.069	0.023	0.061	0.082	0.077	0.085
BV3	0.032	0.043	0.010	0.035	0.041	0.046
	0.000	0.015	0.004	0.020	0.002	0.022
	0.075	0.068	0.047	0.065	0.076	0.080
	0.039	0.055	0.040	0.052	0.046	0.050
BV4	0.028	0.030	0.028	0.007	0.027	0.027
	0.073	0.106	0.076	0.010	0.090	0.099
BV5	0.007	0.009	0.000	0.011	0.008	0.012
	0.029	0.028	0.020	0.030	0.006	0.022
BV6	0.023	0.033	0.028	0.024	0.030	0.016
	0.027	0.024	0.027	0.025	0.026	0.019
	0.013	0.000	0.021	0.009	0.019	0.002
	0.046	0.084	0.050	0.053	0.070	0.004

表 14 在「代數」此向度中單獨納入不同相關程度背景變項對於估計群體參數之影響

	BV1	BV2	BV3	BV4	BV5	BV6
BV1	0.017	0.075	0.063	0.069	0.086	0.087
	0.020	0.018	0.026	0.016	0.021	0.022
	0.007	0.032	0.030	0.037	0.044	0.037
	0.007	0.057	0.075	0.066	0.067	0.082
BV2	0.006	0.003	0.012	0.013	0.016	0.013
	0.054	0.023	0.050	0.068	0.082	0.072
	0.053	0.009	0.042	0.061	0.061	0.044
	0.100	0.034	0.070	0.105	0.102	0.048
BV3	0.021	0.030	0.006	0.030	0.033	0.031
	0.006	0.003	0.002	0.001	0.003	0.000
	0.031	0.017	0.016	0.029	0.031	0.028
	0.020	0.016	0.028	0.031	0.010	0.014
BV4	0.008	0.005	0.006	0.003	0.004	0.008
	0.025	0.066	0.049	0.023	0.049	0.068
BV5	0.003	0.001	0.004	0.001	0.001	0.005
	0.000	0.012	0.012	0.001	0.010	0.017
BV6	0.019	0.042	0.026	0.031	0.043	0.006
	0.005	0.003	0.002	0.001	0.001	0.001
	0.001	0.005	0.012	0.006	0.000	0.026
	0.026	0.029	0.024	0.044	0.034	0.005

