

# 運用 GSP Chart、Rasch Model GSP 曲線 與 GSM 分析與表徵數學測驗 -以國小六年級數學科評量為例

何慧群<sup>1</sup> 范德孝<sup>2</sup> 施碧珍<sup>3</sup> 許天維<sup>4</sup> 永井正武<sup>5</sup>

## 摘要

成就測驗，有謂能力測驗，評量結果成為關注的焦點，其中，以數學科測驗為最。測驗分析，一則凸顯教與學效益，二則診斷與改善學習困境，三則規劃與施行第二階段教育工程細部工作(Piecemeal Educational Engineering)。運用教育工學科技分析測驗結果的目的：(1) 測驗分析數理結構化與表徵視覺化；(2) 認知診斷體現科學性與系統性；(3) 落實行動研究。研究工具以灰色系統理論為基礎，計有 Rasch Model GSP Curve 與 GSM，前者表徵受試者能力高低與試題品質，後者依據圖學論圖示其階層結構。

**關鍵詞：**成就測驗、教與學、教育工學科技、Rasch Model GSP Curve、GSM

---

<sup>1</sup>何慧群，國立臺中教育大學教育學系

<sup>2</sup>范德孝，國立臺中教育大學教育測驗統計研究所博士班

<sup>3</sup>施碧珍，國立臺中教育大學教育學系博士班

<sup>4</sup>許天維，國立臺中教育大學教育測驗統計研究所

<sup>5</sup>永井正武，國立臺中教育大學教育測驗統計研究所

通訊作者：何慧群；Email: A22263181@yahoo.com.tw

地址：臺中市西區民生路 140 號 國立臺中教育大學教育學系

# Based GSP Chart, Rasch Model GSP Curve and GSM to analyze Math Test - An example on 6th graders' math subject test

Hui-Chung Ho<sup>1</sup> Duc-Hieu Pham<sup>2</sup> Pi-Chen Shih<sup>3</sup>

Tian-Wei Sheu<sup>4</sup> Masatake Nagai<sup>5</sup>

## Abstract

The evaluation results of achievement tests, which also called competence tests are highly discussed especially in mathematical related subjects. There are three main purposes of these tests: (1) Evaluating the outcomes of both teaching and learning, (2) Diagnosing and improving learning obstacles for conducting the second-stage piecemeal educational engineering, (3) Planning future learning and teaching. This paper applies Techniques of Educational Engineering (TEE) to analyze the results of achievement tests. The main purposes of this paper are to support teaching and learning with a scientific approach, to identify diagnosis scientifically and systematically, and to realize the activity reach. The grey system theory is used as the analysis tool in this paper, including Rasch Model GSP Curve and GSM. The former is used to characterize the qualities of the examination questions and the tested results, and the latter is used to demonstrate the layer structure of the qualities of the examination questions and the tested results by graphic theory.

**Keywords:** Test, Techniques of Educational Engineering, Teaching and Learning, Rasch Model GSP Curve, GSM

---

1.Hui-Chung Ho, Department of Education, National Taichung University of Education

2.Duc-Hieu Pham, Graduate Institute of Educational Measurement and Statistics,National Taichung University of Education

3.Pi-Chen Shih, Graduate in Department of Education,National Taichung University of Education

4.Tian-Wei Sheu, Graduate Institute of Educational Measurement and Statistics, National Taichung University of Education

5.Masatake Nagai, Graduate Institute of Educational Measurement and Statistics, National Taichung University of Education

Corresponding Author: Hui-Chung Ho ; Email: A22263181@yahoo.com.tw

Address: Department of Education, National Taichung University of Education

## 壹、前言

21 世紀，全球社會與工業文明處於持續解構與轉型中，網際網路、知識經濟、iPad、iPhone、客製化、創意文化、多元主義、數位世代、主體性、多媒體，揭示這是一個人人需要學習的紀元。國小階段教育具普遍性、基礎性與扎根性，普遍性意旨全民性，基礎性強調幅度面，扎根性著眼銜接性，基礎知識學習、習性養成、興趣培養是該階段教育重點。其中，知識學習分為生活中心文化實務學習與認知取向形式概念學習，前者如語言與社會領域，後者如數理與自然領域，二者皆賦予發展認知、情意與技能智能。

因應知識普及與現實世界多元訴求，品質與績效漸次成為檢視行為科學發展標準(Criterion)，此規範(Norm)、標準適用於教育。運用教育工學科技(Techniques of Educational Engineering, TEE)如 GSP Chart、Rasch Model GSP 曲線與 GSM 分析與表徵數學測驗結果，主要目的：(1)實證性瞭解國小數學學習成就狀況；(2)透過測驗評量就問題進行了解，測驗結果分析與表徵圖向視覺化；(3)結合與架起科際溝通與互動平台，課堂教學實務予以定性、定量化，利於後設分析。次要目的：(1)表徵教與學效益；(2)診斷與改善學習困境與施行第二階段教育工程細部工作(Piecemeal Educational Engineering)；(3)針對試題作答錯誤現象以不完全理解(Incomplete Understanding)語彙表徵之，取代自然科學領域就學習歷程源自於經驗法則、捷思法及先入為主之定見之謂之迷思概念(Misconception)。

其中，就提出不完全理解一詞立意是，凸顯與說明透過 S-P 表、S 曲線與 P 曲線構造之範圍，其中，試題作答對錯併陳現象與解決，宜自教學後之理解與否進行診斷分析，而非教學初始階段之前導架構出發；再說，自然科學領域之迷思概念強調其認知固著性與干擾效應。

研究用工具是以灰色系統理論(Grey System Theory)為基礎研發而出者，計有 Rasch Model GSP 曲線與 GSM，前者表徵受試者能力強弱與試題品質，後者依據圖學理論(Graph Theory)圖示受試者與試題階層結構(Hierarchical Structure)。

## 貳、理論基礎

### 一、S-P 表

S-P 表，T. Sato 於 1969 年提出，以二元計分方式，將受試者試題作答結果予以數值化處理，據以提供診斷用訊息與構造具溝通性之圖示(Sato, 1969)。以受試者注意係數(Student Caution Index)、試題注意係數(Item Caution Index)，構造作答反應組型(Response Patterns)與判斷反應有無異常指標。Sato 以測驗卷差異係數(Disparity Coefficient)作為試卷品質判斷指數(Sato, 1980)，前者構造受試者差異學習類型，後者呈現試題與試卷品質(Sato, & Kurata, 1977)。

S-P 表，縱座標是人數列，橫座標是試題，前者由上而下，最上方表示答對題數最多者，漸次遞減，最下方表示答對題數最少者；後者由左至右，最左方表示答對人次最多、題目最容易，相反的，難度依次遞增，最困難題目表示在最右方。結構分佈分別以 S 曲線與 P 曲線標記，S 曲線作為受試者答對與答錯的分界線，受試者得分累加的分佈曲線；P 曲線作為試題答對與答錯人次的分界線，試題答對人次累加的分佈曲線(Sato, 1985)。

S-P 表，一種無參數的統計方法(余民寧，2002)，操作簡易與使用便利。

S-P 表構造步驟：

受試者  $N_i, i=1,2,\dots,N$ ，試題  $M_j, j=1,2,\dots,M$ ，矩陣  $Y=[y_{ij}]_{NXM}$ ，令

$y_{i\bullet} = \sum_{j=1}^M y_{ij}$  為第  $i$  位受試者總分，受試者排序為  $y_{1\bullet} \geq y_{2\bullet} \geq \dots \geq y_{N\bullet}$ 。

$y_{\bullet j} = \sum_{i=1}^N y_{ij}$  為第  $j$  個試題答對人次，試題排序為  $y_{\bullet 1} \geq y_{\bullet 2} \geq \dots \geq y_{\bullet M}$ ，其中

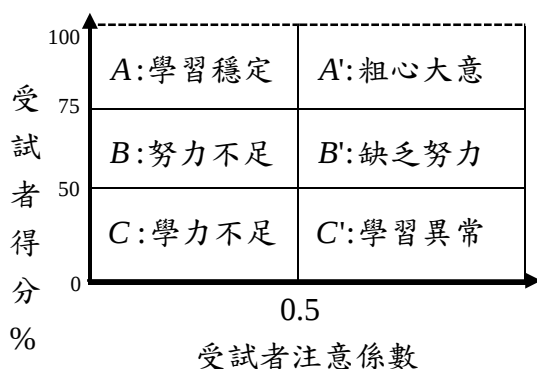
$u' = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M y_{\bullet j}$ ，且  $u = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_{i\bullet}$ ，則第  $i$  位受試者注意係數  $CS_i$  與第  $j$  個試題注意

係數分別為：

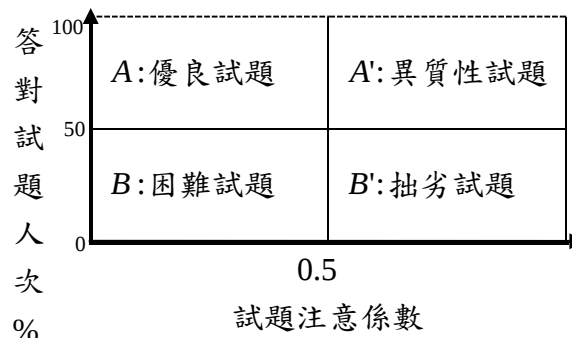
$$CS_i = 1 - \frac{\sum_{j=1}^M (y_{ij})(y_{\bullet j}) - (y_{i\bullet})(u')}{\sum_{j=1}^{y_{i\bullet}} y_{\bullet j} - (y_{i\bullet})(u')} \quad (1)$$

$$CP_j = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_{ij})(y_{i\bullet}) - (y_{\bullet j})(u)}{\sum_{i=1}^{y_{\bullet j}} y_{i\bullet} - (y_{\bullet j})(u)} \quad (2)$$

依據受試者注意係數與得分百分比，學習者狀況分為六大類型（見圖一）；同理，依據試題注意係數與答對試題人次百分比，試題性質分為四大類型（見圖二）。



圖一 受試者類型



圖二 試題類型

## 二、Grey System Theory

灰色系統理論，鄧聚龍於 1982 年提出，針對事件或問題信息不完整、不清晰予以處理之系統化理論（劉思峰、黨耀國、方志耕、謝乃明，2010），灰色系統理論以因素變化曲線之幾何形狀之相似程度作為理論基礎，並以此作為判斷因素之間關聯程度參考依據。基於模糊事件處理繫於靈活性與動態性，灰色系統理論從而成為認識客觀事件不可或缺的新工具理論。

灰色系統理論構造，首先，將事件或問題相關信息分為白色、黑色、灰色等三類，白色表徵信息具完整與明朗性、黑色代表信息不明與無從掌握，灰色居中，涵蓋已知、未知，與不明朗特徵之信息，信息分類具相對性；其次，採用反映及趨近的方式，將不確定性之灰色訊息轉化為可以解讀的白色資訊，最後，根據因素發展態勢，揭示事件、問題要素動態關聯特徵與程度。灰色系統理論涵蓋灰關聯分析、灰關聯度計算、預測、決策，與控制等（溫坤禮、趙忠賢、張宏志、陳曉瑩、溫惠筑，2013）。

其中，灰關聯分析（Grey Relational Analysis, GRA）係針對系統動態發展趨勢進行相似性度量（Similarity Measurement）分析，據以鑑別系統因素發展趨勢

相似或相異程度（唐偉勤、蕭新平，2004），又謂系統因素分析。系統中，離散數列發展趨勢愈接近，關聯程度愈大，對應之灰關聯度數值亦愈大，反之亦然。

灰關聯分析實施，首先，離散數列透過參考數列構造、比較與正規化；其次，依據訴求目標，正規化序列可以望大、望目或望小數值化三種方式處理之，是為灰色生成；複次，基於 Minkowski-Norm Space 概念，以 Minkowski 原點進行與各離散點間距離之拓撲集合構造（Topology-based Grey Relational Analysis），最後，就生成之白數、函數進行量化、幾何關係比較與分析之（Yamaguchi, Akabane, Li, Mizutani, Nagai, & Kitaoka, 2007）。

灰關聯分析之灰關聯度數值（Grey Relational Grade）計算步驟如下：

1. 建立原始數列：構造原始數據之參考數列  $x_0$  與比較數列  $x_i$

$$\begin{aligned} i &= 1, 2, \dots, n, \quad k = 1, 2, \dots, m. \\ x_0 &= (x_0(1), x_0(2), \dots, x_0(k), \dots, x_0(m)) \\ x_1 &= (x_1(1), x_1(2), \dots, x_1(k), \dots, x_1(m)) \\ x_2 &= (x_2(1), x_2(2), \dots, x_2(k), \dots, x_2(m)) \\ &\vdots \\ x_i &= (x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(k), \dots, x_i(m)) \\ &\vdots \\ x_n &= (x_n(1), x_n(2), \dots, x_n(k), \dots, x_n(m)) \end{aligned} \quad (3)$$

2. 正規化與數值化

2.1 正規化：原始數列正規化、「標準化」，設若滿足下列條件，則稱該序列具有可比性。

- a. 無因次性（Nondimension）：因素為無因次型態。
- b. 同等級性（Scaling）：因素值範圍在 100 以內。
- c. 同極性（Polarization）：序列中因素狀態為同方向。

2.2 數值化：生成白數，方法計有望大、望目與望小三種，

- a. 望大（larger-the-better）：希望目標值愈大愈好。

$$\text{公式 } x_i^{\max} = \frac{x_{ij} - \min_{\forall i} x_{ij}}{\max_{\forall i} x_{ij} - \min_{\forall i} x_{ij}}, \quad (4)$$

其中， $\max_{\forall i} x_{ij}$  為項目  $j$  中最大數值， $\min_{\forall i} x_{ij}$  為項目  $j$  中最小數值。

- b. 望目（nominal-the-better）：希望目標值介於最大值與最小值之間的特定量。

$$\text{公式 } x_i^{ob} \equiv \frac{\max_{\forall i} \{e_{ij}\} - e_{ij}}{\max_{\forall i} \{e_{ij}\} - \min_{\forall i} \{e_{ij}\}}, \quad e_{ij} \equiv \frac{|x_{obj} - x_{ij}|}{|x_{obj}|}, \quad (5)$$

其中， $x_{ij}$ ：初始值， $x_{obj}$ ：望目之初始值， $\min_{\forall i} x_{ij}$ ：初始值最小化，與  $\max_{\forall i} x_{ij}$ ：初始值最大化。

c. 望小 (smaller-the-better)：希望目標值愈小愈好。

$$\text{公式 } x_i^{\min} = \frac{\max_{\forall i} x_{ij} - x_{ij}}{\max_{\forall i} x_{ij} - \min_{\forall i} x_{ij}} \quad (6)$$

### 2.3 灰關聯度計算

灰關聯度分為**局部性灰關聯度 (Localized Grey Relational Grade, LGRG)**與**整體性灰關聯度 (Globalized Grey Relational Grade, GGRG)**，前者具相對性，離散數列經加權處理，生成新數值與序列、各原始數列大小無關；後者具絕對性，採用初始點零化法之初值化處理，序列與各原始數列有關。運用上兼顧二者、目的取向，可收整體與局部關聯全視域之益。

灰關聯度計算，以 Nagai 於 2005 年提出公式演算之 (Yamaguchi, Li, & Nagai, 2005)，Nagai 公式以 **Minkowski 規範**為基礎，灰關聯度數值介於 0 到 1 之間。

a. 局部性灰關聯度 (LGRG)

$$\text{公式 } \Gamma_{0i} = \Gamma(x_0(k), x_j(k)) = \frac{\bar{\Delta}_{\max} - \bar{\Delta}_{0i}}{\bar{\Delta}_{\max} - \bar{\Delta}_{\min}} = \frac{\max_{\forall i} \|x_0 - x_i\|_{\rho} - \|x_0 - x_i\|_{\rho}}{\max_{\forall i} \|x_0 - x_i\|_{\rho} - \min_{\forall i} \|x_0 - x_i\|_{\rho}} \quad (7)$$

其中， $\bar{\Delta}_{0i}$  表示兩比較序列之絕對差；

$$\text{公式 } \bar{\Delta}_{0i} = \|x_{0i}\|_{\rho} = \left( \sum_{k=1}^m [\Delta_{0i}(k)]^{\rho} \right)^{\frac{1}{\rho}} \quad (8)$$

其中， $\bar{\Delta}_{\max}$  與  $\bar{\Delta}_{\min}$  為  $\bar{\Delta}_{0i}$  最大值與最小值。

$1 \leq \rho \leq \infty$ ，當  $\rho = 1$ ，稱為曼哈頓距離 (Manhattan Distance)； $\rho = 2$ ，是為歐氏模式灰關聯度 (Euclidean Grey Relation)；一般所謂 Minkowski 模式灰關聯度 (Minkowski Grey Relation)，則是歐氏距離與曼哈頓距離的推廣。本文採用  $\rho = 2$ 。

當  $\Gamma_{0i}$  趨近於 1，表示  $x_0$  與  $x_j$  關聯程度愈高；當  $\Gamma_{0i}$  趨近於 0，表示  $x_0$  與  $x_j$  關聯程度愈低。

b. 整體性灰關聯度 (GGRG)

$$\text{公式 } \Gamma_{ij} = \Gamma(x_i, x_j) = 1 - \frac{\bar{\Delta}_{ij}}{\Delta_{\max}} = 1 - \frac{\|x_i - x_j\|_{\rho}}{\max_{\forall i} \max_{\forall j} \|x_i - x_j\|_{\rho}} \quad (9)$$

$$\bar{\Delta}_{ij} = \left( \sum_{k=1}^m [\Delta_{ij}(k)]^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

### 2.4 灰關聯排序 (Grey Relational Ordinal)

依據灰關聯度數值大小排序，一則表徵各要素重要程度差異，二則作為決策參照依據。

$$\begin{aligned} \text{a. } & \Gamma_L(x_0, x_i) \leq \Gamma_L(x_0, x_j), \\ & \Gamma_L(x_0, x_i) \leq \Gamma_L(x_0, x_j), \Gamma_L(x_0, x_j) \leq \Gamma_L(x_0, x_i) \Rightarrow \Gamma_L(x_0, x_i) = \Gamma_L(x_0, x_j), \\ & \Gamma_L(x_0, x_i) \leq \Gamma_L(x_0, x_j), \Gamma_L(x_0, x_j) \leq \Gamma_L(x_0, x_k) \Rightarrow \Gamma_L(x_0, x_i) \leq \Gamma_L(x_0, x_k). \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{b. } & x_i \prec x_j, \\ & x_i \prec x_j, x_j \prec x_i \Rightarrow x_i = x_j, \end{aligned}$$

$$x_i \prec x_j, x_j \prec x_k \Rightarrow x_i \prec x_k \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \text{C. } \Gamma_L(x_0, x_i) \leq \Gamma_L(x_0, x_j) &\Rightarrow x_i \prec x_j, \\ \Gamma_L(x_0, x_i) \leq \Gamma_L(x_0, x_j), \Gamma_L(x_0, x_j) \leq \Gamma_L(x_0, x_k) &\Rightarrow \Gamma_L(x_0, x_i) = \Gamma_L(x_0, x_j), x_i \prec x_j, x_j \prec x_k \Rightarrow x_i \prec x_k, \\ \Gamma_L(x_0, x_i) \leq \Gamma_L(x_0, x_j), \Gamma_L(x_0, x_j) \leq \Gamma_L(x_0, x_k) &\Rightarrow \Gamma_L(x_0, x_i) \leq \Gamma_L(x_0, x_k), x_i \prec x_j, x_j \prec x_k \Rightarrow x_i \prec x_k. \end{aligned} \quad (12)$$

### 三、Rasch Model GSP Curve

#### 3.1 Rasch Model

Rasch 測量模式，G. Rasch (1901-1980) 於 1960 年提出，旨在檢視評量結果數據、受試者能力高低與試題難度 (Item Difficulty) 三者對應程度，據以評定試題適切性與檢視構建 (Verification of Construct) 效益 (Rasch, 1960)。對於受試者能力高低估計與試題難易無關 (Sample free Test Calibration)，試題難度估計與受試者能力高低也無關 (Item free Person Measurement) 現象，Rasch 稱此現象具特定客觀性 (Specific Objectivity)。

Rasch 測量模式依據試題作答反應，據以辨識受試者能力與試題難度，異於古典測驗理論真分數規範 (Lord, 1980)；Rasch Model 認為答對題目愈多者，代表能力愈高，反之，受試者能力趨低；同理，對於多人答對的試題，代表該試題難度低，反之，試題難度高。作答觀察值與試題期望值落差程度，是試題適切與否判斷依據。

Rasch Model 特性：(1) 原始分數與潛在特質具一對一對應關係，(2) 常模分布不是必要條件，(3) 試題特徵曲線 (Item Characteristic Curve) 呈 s 形曲線，與 (4) 受試者與試題參數量尺有等距與客觀特性。

#### 3.2 GSP Chart

GSP Chart 結合灰色系統理論與 S-P 表形成的新模式，其特色：(1) 受試者能力高低與試題難易序列正規化與數值化，(2) 結構性與數值性判讀學習不利者與試題難題，與 (3) 二者相輔相成相得益彰，判讀結果更具正確與精準。

GSP Chart 灰關聯度數值計算，是以 Nagai-Yamaguchi 公式 (山口大輔、李国棟、水谷晃三、永井正武，2005) 為參考依據，建立於前述式(7)與式(9)分層法之 Minkowski 距離模式 (Minkowski Norm Model Grey Relational Grade)。

#### 3.3 Rasch Model GSP Curve

Rasch Model GSP Curve，Nagai 於 2010 年提出 (Sheu, Tzeng, Liang, Wang, & Nagai, 2010)，結合灰關聯理論、S-P Chart 與 Rasch Model 構造之。Rasch Model GSP Curve，運用三參數對數模式來描述受試者潛在特質與試題正確反應機率間的數值化關係。三參數分別是： $\alpha$  是斜率參數、 $\beta$  是漸近線參數，與  $\gamma$  是大於零的下限，其中，斜率參數又謂辨識參數 (Discrimination Parameter)、漸近線參數又謂猜測參數 (Pseudo-guessing Parameter) (Birnbaum, 1968)。對於多參數模式漸次改變或弱化原始分數差異性，應用上造成困擾則有待克服 (王文中，2004)。

建立回歸曲線與計算：首先，一方面依據統計回歸分析原理特性，以受試者灰關聯度 (LGRA-S) 與試題灰關聯度 (LGRA-P) Gamma 值分別建立多項式回歸曲線。另一方面基於最小殘差平方與回歸方程是最適拟合曲線，從而以最小平

### 方法 (the Least Square Methods) 建立 Rasch Model GSP 曲線。

其次，結合 Rasch Line 0.5 ( $\gamma = 0.5$ ) 與 Rasch Model GSP 曲線交點，代入斜率公式計算之，得出受試者鑑別度  $(S)_\alpha$  與試題鑑別度  $(P)_\alpha$ 、受試者成績平均值  $(S)_\beta$  與試題難度平均值  $(P)_\beta$ ，以及成績最佳  $(S)_{\gamma+}$  與最差  $(S)_{\gamma-}$ 、試題答對率最高  $(P)_{\gamma+}$  與最低  $(P)_{\gamma-}$  等數值。

### 四、Grey Structural Modeling

灰色結構模式，Nagai 於 2005 年提案與證成 (Nagai, Yamaguchi, Li, & Mizutani, 2005)，旨在表徵離散要素整體性之 GSM 規範空間 (Norm Space)，據以測度要素類別、階層 (Classes & Hierarchy of the Elements)，與表徵要素個別與整體性之有向路徑 (Paths among the Elements)。

灰色結構模式，基於拓模規範構造之灰關聯分析 (Topology-based GRA)，結合灰關聯度、要素關聯，與圖學論三參數構造之模式，經 Matlab 軟體計算得出階層結構有向圖 (Yamaguchi, Li, Mizutani, Akabane, Nagai, & Kitaoka, 2007)。

GSM 模式計算步驟如下：

步驟 1：建立原始數據之參考向量

$$x_0 = (x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0n})^T$$

$x_i$  為原始數據之第  $i$  個向量

$$x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})^T$$

步驟 2：建立原始局部灰關聯度之參考向量

$$\gamma = (\gamma_{01}, \gamma_{02}, \dots, \gamma_{0m})^T, \text{ 其中, } i = 1, 2, \dots, m,$$

$$\gamma_{0i} = \frac{\max_{\forall i} \|x_0 - x_i\|_\rho - \|x_0 - x_i\|_\rho}{\max_{\forall i} \|x_0 - x_i\|_\rho - \min_{\forall i} \|x_0 - x_i\|_\rho}, \quad \|x_0 - x_i\|_\rho = \sqrt[\rho]{\sum_{k=1}^n |x_{0k} - x_{ik}|^\rho}, \quad \rho \geq 1,$$

步驟 3：建立整體性灰關聯度向量矩陣

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1m} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{m1} & \gamma_{m2} & \cdots & \gamma_{mm} \end{bmatrix}, \text{ 其中, } i, j = 1, 2, \dots, m, \quad \gamma_{ij} = 1 - \frac{\|x_i - x_j\|_\rho}{\max_{\forall i} \max_{\forall j} \|x_i - x_j\|_\rho}. \quad (13)$$

步驟 4：建立階層結構

定義  $C$  為階層結構，由一群結構元素組成， $C_i = \{x_j | e_{ij} \leq \theta\}$ 。其中， $i, j = 1, 2, \dots, m$ ，

$$\theta \text{ 為階層係數，範圍為 } 0 \leq \theta \leq 1, \text{ 矩陣 } E = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & \cdots & e_{m1} \\ e_{21} & e_{22} & \cdots & e_{m2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{m1} & e_{m2} & \cdots & e_{mm} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

誤差矩陣為  $e_{ij} = |\gamma_{0i} - \gamma_{0j}|$ ，範圍為  $0 \leq e_{ij} \leq 1$ ，且  $e_{ij} = 0$ 。

集合  $C_i$  元素具同質性關係，同時滿足下列條件：

i 選取個數最少的元素於集合  $C_i$ ， $\text{card}\{C_i\} = \min_{\forall i} C_i$ ， $\bigcup_{i=1}^m C_i \neq \emptyset$ 。

ii 對所有  $j$  而言， $C_i \not\subset C_j$ ，且  $i \neq j$ 。

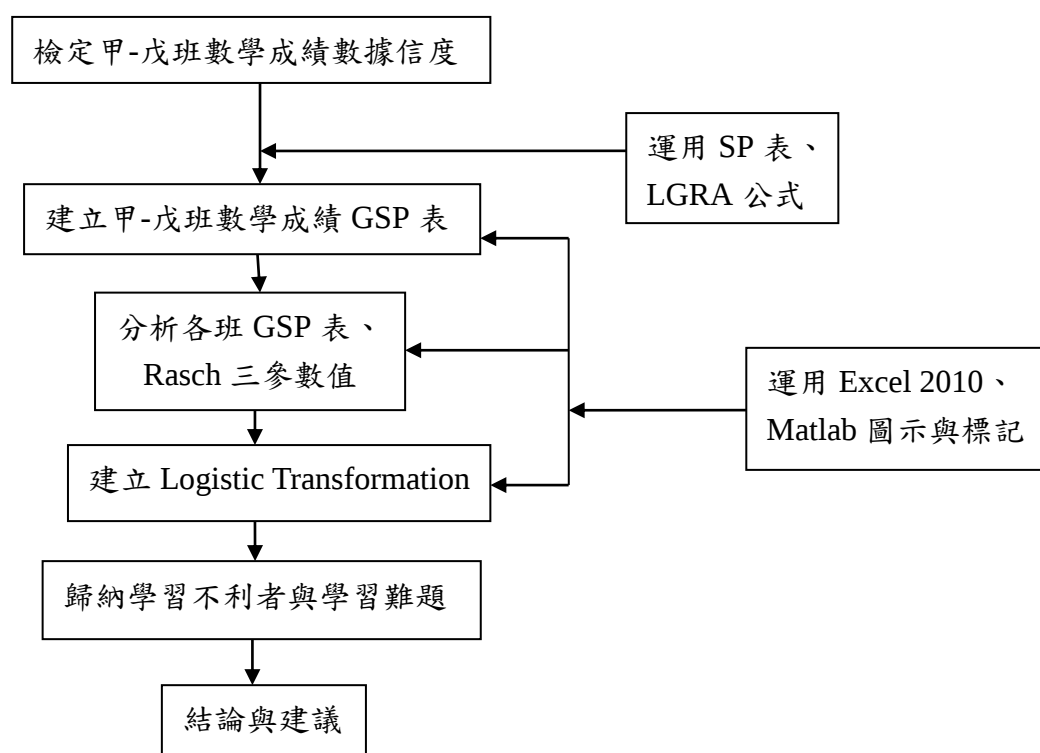
#### 步驟 5：建立關聯路徑

要素關聯集合  $P = \{(x_i, x_j) | \gamma_{ij} \geq \psi, \gamma_{0i} < \gamma_{0j}\}$ ，其中，路徑係數  $\psi$  範圍值  $0 \leq \psi \leq 1$ 。(15)

運用灰關聯遞移 (Grey Transitive Pair) 原則，其中， $(x_i, x_j), (x_i, x_k), (x_k, x_j)$ ， $i \neq j \neq k$ ， $(\psi \leq \gamma_{ij}) \wedge (\psi \leq \gamma_{ik}) \wedge (\psi \leq \gamma_{kj})$ ，一則約簡冗長路徑，二則構造較近路徑。

### 五、研究流程

依據研究目的，研究方法與流程規劃如下（見圖三）：



圖三 研究流程圖

### 參、測驗與結果構造

首先，研究對象是一國小 101 學年度針對六年級施行之數學成就測驗，屬校本學年評量，評量目的是為了解教學效益與學習結果。施測用評量工具設計由六年級任課教師負責之。其次，基於成就測驗良窳反映教學效益程度，二者關係呈正相關，從而研究工具 GSP Chart 與 Rasch Model GSP Curve 之灰關聯度  $\gamma$  值計算以望大值為演算規準。GSM 之受試者  $S$  與試題  $P$  關聯結構圖表表徵，分為複雜與簡式，二者差異僅為辨識與讀取考量，最後，節點關聯多寡繫於共同係數  $\psi$  大小。

#### 一、信度檢定

茲為瞭解甲乙丙丁戊各班成績內部一致性程度，以 Cronbach's 係數作為信度判斷指標，五班成績信度檢測，得出結果見表一。Bryman & Cramer (1997) 認

為，若 Cronbach's  $\alpha$  係數大於 0.80 以上，表示有高信度；Gay (1996) 認為，若 Cronbach's  $\alpha$  係數小於 0.60，則應予以修正。五班 Cronbach's  $\alpha$  係數均在 0.85 以上，顯示成績構造具可信度。

表一：Cronbach's  $\alpha$  係數一覽表

|    | Cronbach's $\alpha$ 係數 | 題數 |
|----|------------------------|----|
| 甲班 | 0.917                  | 40 |
| 乙班 | 0.887                  | 40 |
| 丙班 | 0.912                  | 40 |
| 丁班 | 0.877                  | 40 |
| 戊班 | 0.905                  | 40 |

## 二、GSP Chart

首先，運用 Matlab 軟體與套用數學模式計算，分別得出受試者與試題灰關聯度值、注意係數；其次，灰關聯度大小意義，繫於表徵學生與試題對象不同而有異；複次，注意係數數值為正值，注意係數愈大，表示反應組型異常；反之，注意係數越小，不尋常現象不嚴重。注意係數 0-0.5，反應組型屬正常程度；係數大於 0.5，為學習異常；注意係數 0.5-0.75，異常情況稍為嚴重，注意係數大於 0.75，異常情況嚴重。

最後，依據得分百分率與受試者注意係數，受試者分為：A 學習穩定型、A' 粗心大意型、B 努力不足型、B' 欠缺充分型、C 學力不足型、C' 學習異常型。同理，依據試題答對率與試題注意係數，試題分為：A 優良型試題、A' 異質型試題、B 困難型試題、B' 拙劣型試題。

### (一) 甲班

首先，依據灰關聯度  $\gamma$  值大小排序，數值愈大者，代表其與目標值愈接近；反之，其離目標愈遠。受試者灰關聯度  $\gamma$  值愈大，代表測驗成績愈高；試題灰關聯度  $\gamma$  值愈大，代表試題答對率高，屬容易試題。

其次，以灰關聯度  $\gamma$  值 0.5 為分界點，受試者較優與較次等級比例是 26 比 6，容易試題與難度高試題比例是 37 比 3。

#### 1.1 排序

1. 受試者： $S_1, S_8, S_{10}, S_{16}, S_{17}, S_{18}, S_{20}, S_{21}, S_{22}, S_{23}, S_{26}, S_{32} > S_{12}, S_{30} > S_5, S_{24} > \dots > S_{13}, S_{28} > S_{27} > S_9$ 。

2. 試題： $P_{15}, P_{35} > P_7, P_8, P_{14}, P_{17}, P_{40} > P_{13}, P_{18}, P_{20}, P_{26} > \dots > P_3, P_{23}, P_{39} > \dots > P_{11} > P_{38} > P_9$ 。

#### 1.2 難題

依據表二顯示，全班評量結果良好，試題灰關聯度  $\gamma$  值 0.5 以下者僅有  $P_{11}, P_{38}, P_9$ ，受試者灰關聯度  $\gamma$  值 0.5 以下者是  $S_{19}, S_{15}, S_{29}, S_{13}, S_{28}, S_{27}$ ，較難試題自  $S$  與  $P$  曲線交集範圍中比較與選擇之，選出如表中灰色標記。灰色區試題是  $P_4, P_{27}, P_{30}, P_{34}, P_{11}, P_{38}$ ，其中， $P_4, P_{27}, P_{30}$  答對率有九成，屬容易試題，但是，在交集區內呈現多次錯答； $P_{34}, P_{11}, P_{38}$  答對率不到五成，是難度高的試題。值得一提的是， $P_9$  答對率是五成六，屬最難試題，因位置值不在預設考慮範圍內而未被進一步分析處理。

受試者學習類型分為 A, A', B, B' 與 C'，比例是 21：5：3：2：1。

表二 甲班 GSP 表

| S-P   | 15   | 35   | 7    | 8    | 14   | 17   | 40   | 13   | 18   | 20   | 26   | 4    | 5    | 6    | 19   | 22   | 24   | 27   | 30   | 33   | 37   | 1    | 2    | 16   | 21   | 25   | 28   | 10   | 32   | 3    | 23   | 39   | 29   | 31   | 36   | 12   | 34   | 11   | 38   | 9    | Total | LGRAS | Ratio | CS   | Type |      |      |      |    |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|----|
| 1     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1     | 40    | 1.00 | 1.00 | 0.00 | A    |      |    |
| 8     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1     | 1     | 40   | 1.00 | 1.00 | 0.00 | A    |    |
| 10    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1     | 1     | 40   | 1.00 | 1.00 | 0.00 | A    |    |
| 16    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1     | 1     | 40   | 1.00 | 1.00 | 0.00 | A    |    |
| 17    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1     | 1     | 40   | 1.00 | 1.00 | 0.00 | A    |    |
| 18    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1     | 1     | 40   | 1.00 | 1.00 | 0.00 | A    |    |
| 20    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1     | 1     | 40   | 1.00 | 1.00 | 0.00 | A    |    |
| 21    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1     | 1     | 40   | 1.00 | 1.00 | 0.00 | A    |    |
| 22    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1     | 1     | 40   | 1.00 | 1.00 | 0.00 | A    |    |
| 23    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1     | 1     | 40   | 1.00 | 1.00 | 0.00 | A    |    |
| 26    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1     | 1     | 40   | 1.00 | 1.00 | 0.00 | A    |    |
| 32    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1     | 1     | 40   | 1.00 | 1.00 | 0.00 | A    |    |
| 12    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1     | 0     | 1    | 39   | 0.84 | 0.97 | 0.31 | A  |
| 30    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1     | 1     | 1    | 39   | 0.84 | 0.97 | 1.02 | A' |
| 5     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 0     | 1     | 38   | 0.78 | 0.95 | 0.60 | A'   |    |
| 24    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1     | 0     | 38    | 0.78 | 0.95 | 0.18 | A    |      |    |
| 3     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0     | 1     | 0     | 37   | 0.73 | 0.93 | 0.13 | A    |    |
| 11    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0     | 1     | 1     | 37   | 0.73 | 0.93 | 0.71 | A'   |    |
| 6     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0     | 0     | 35    | 0.65 | 0.88 | 0.00 | A    |      |    |
| 25    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1     | 0     | 35    | 0.65 | 0.88 | 0.23 | A    |      |    |
| 7     | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1     | 1     | 34   | 0.61 | 0.85 | 1.37 | A'   |    |
| 9     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1     | 1     | 34   | 0.61 | 0.85 | 0.15 | A    |    |
| 2     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0     | 0     | 0     | 32   | 0.55 | 0.80 | 0.31 | A    |    |
| 4     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0     | 1     | 0     | 32   | 0.55 | 0.80 | 0.36 | A    |    |
| 14    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0     | 0     | 31    | 0.53 | 0.78 | 0.45 | A    |      |    |
| 31    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1     | 0     | 31    | 0.53 | 0.78 | 0.54 | A'   |      |    |
| 19    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 1    | 0     | 0     | 28    | 0.45 | 0.70 | 0.36 | B    |      |    |
| 15    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1     | 0     | 0     | 26   | 0.41 | 0.65 | 0.42 | B    |    |
| 29    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0     | 1     | 0     | 25   | 0.39 | 0.63 | 0.51 | B'   |    |
| 13    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0     | 0     | 1     | 22   | 0.33 | 0.55 | 0.56 | B'   |    |
| 28    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    | 1     | 0     | 0     | 22   | 0.33 | 0.55 | 0.38 | B    |    |
| 27    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1     | 0     | 0     | 18   | 0.26 | 0.45 | 0.51 | C'   |    |
| Total | 32   | 32   | 31   | 31   | 31   | 31   | 31   | 30   | 30   | 30   | 30   | 29   | 29   | 29   | 29   | 29   | 29   | 29   | 29   | 29   | 29   | 28   | 28   | 28   | 28   | 28   | 28   | 27   | 27   | 26   | 26   | 26   | 26   | 25   | 25   | 25   | 24   | 24   | 22   | 21   | 18    | 1113  |       |      |      |      |      |      |    |
| LGRAP | 1.00 | 1.00 | 0.82 | 0.82 | 0.82 | 0.82 | 0.82 | 0.75 | 0.75 | 0.75 | 0.75 | 0.69 | 0.69 | 0.69 | 0.69 | 0.69 | 0.69 | 0.69 | 0.69 | 0.69 | 0.65 | 0.65 | 0.65 | 0.65 | 0.65 | 0.65 | 0.60 | 0.60 | 0.57 | 0.57 | 0.57 | 0.53 | 0.53 | 0.53 | 0.50 | 0.50 | 0.44 | 0.41 | 0.34 |      |       |       |       |      |      |      |      |      |    |
| Ratio | 1.00 | 1.00 | 0.97 | 0.97 | 0.97 | 0.97 | 0.97 | 0.94 | 0.94 | 0.94 | 0.94 | 0.91 | 0.91 | 0.91 | 0.91 | 0.91 | 0.91 | 0.91 | 0.91 | 0.91 | 0.88 | 0.88 | 0.88 | 0.88 | 0.88 | 0.88 | 0.84 | 0.84 | 0.81 | 0.81 | 0.81 | 0.78 | 0.78 | 0.78 | 0.75 | 0.75 | 0.69 | 0.66 | 0.56 |      |       |       |       |      |      |      |      |      |    |
| CP    | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.95 | 0.95 | 0.48 | 0.54 | 0.41 | 0.14 | 0.24 | 0.21 | 0.47 | 0.59 | 0.45 | 0.54 | 0.54 | 0.14 | 0.00 | 0.38 | 0.07 | 0.56 | 0.50 | 0.36 | 0.48 | 0.25 | 0.02 | 0.41 | 0.23 | 0.55 | 0.00 | 0.18 | 0.41 | 0.10 | 0.01 | 0.21 | 0.57 | 0.43 | 0.40 | 0.23 |       |       |       |      |      |      |      |      |    |
| Type  | A    | A    | A    | A    | A'   | A'   | A    | A'   | A    | A    | A    | A    | A    | A'   | A    | A    | A'   | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A'   | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A'   | A    | A    | A    | A     | A     | A     |      |      |      |      |      |    |

$S = 32$  人次  $P = 40$  題

(二) 乙班

以灰關聯度 $\gamma$ 值 0.5 為分界點，受試者較優與較次等級比例是 19 比 11，容易試題與難度高試題比例是 26 比 14。

## 2.1 排序

1.受試者： $S_{15} \succ S_1, S_{25} \succ S_7 \succ S_5, S_6, S_9 \succ S_{11}, S_{19} \succ \dots \succ S_{10} \succ S_{26} \succ S_{19} \succ S_{12}$ 。

2. 試題：  $P_{15}, P_{20}, P_{21} \succ P_8, P_{18} \succ P_{24}, P_{40} \succ P_3, P_7, P_{13} \succ \dots \succ P_{11}, P_{12}, P_{27}, P_{34} \succ P_{31} \succ P_9$ 。

## 2.2 難題

依據表三，試題灰關聯度 $\gamma$ 值 0.5 以下有 14 題，受試者灰關聯度 $\gamma$ 值 0.5 以下有 11 人；其次，以灰關聯度 $\gamma$ 值 0.5 以上分別與 $S$ 、 $P$ 曲線交集，得出 2 區如表中灰色標記。右上方標記區屬高分群難題，左下方標記區是低分群難題，二者補救教學措施與目標不同，前者旨在更上一層樓，後者是改善、突破困境。

右上方標記區難題是  $P_{11}, P_{12}, P_{27}, P_{34}, P_{31}, P_9$ ，各題答對率約五成左右，屬真正難題，其中， $P_9$  答對率只有二成。左下方標記區難題是  $P_7, P_{13}, P_2, P_{17}, P_{19}, P_{25}, P_{28}, P_{35}$ ，各題之答對率是八成五，屬容易試題，對於作答錯誤，影響因素應以當事者成分居多。

學習類型分為  $A, A', B, B'$  與  $C, C'$  比例是  $14:5:5:3:1:2$ ；題型分為  $A, A', B'$ ，

[illegible]

### (三) 丙班

### 3.1 排序

1.受試者： $S_6 \succ S_{24} \succ S_9, S_{13}, S_{21}, S_{29} \succ S_{22}, S_{31} \succ S_8, S_{27} \succ \dots \succ S_{20} \succ S_3, S_{17} \succ S_{26} \succ S_{19}$ 。

2. 試題：  $P_{15} \succ P_8, P_{20}, P_{35} \succ P_7, P_{14}, P_{40} \succ P_{25}, P_{33} \succ \dots \succ P_{34} \succ P_{11}, P_{31} \succ P_{12}, P_{29}, P_{38} \succ P_9$ 。

### 3.2 難題

依據表四，試題灰關聯度 $\gamma$ 值 0.5 以下有 13 題，受試者灰關聯度 $\gamma$ 值 0.5 以下有 12 人；其次，以灰關聯度 $\gamma$ 值 0.5 以上分別與 $s$ 、 $p$ 曲線交集，得出 3 區如表中灰色標記，分別是右上方標記區屬高分群難題、左下方標記區是低分群難題，與能力程度與試題難度居於中區者。

右上方標記區難題是  $P_{12}, P_{29}, P_{38}$ ，各題答對率約三成，屬真正難題；左下方標記區難題是  $P_2, P_6, P_{10}, P_{19}, P_{24}, P_{26}, P_{37}, P_{13}$ ，各題答對率超過八成，屬容易試題，至於中間試題  $P_{18}, P_{21}, P_{27}$ ，在交集區呈現多次錯答，各試題有五成答對率，意謂為班前段



表五 丁班 GSP 表

| S-P    | 28   | 35   | 8    | 14   | 20   | 21   | 40   | 4    | 7    | 15   | 39   | 17   | 19   | 24   | 37   | 13   | 18   | 25   | 2    | 30   | 33   | 36   | 5    | 6    | 23   | 27   | 3    | 22   | 26   | 1    | 10   | 32   | 16   | 34   | 29   | 38   | 12   | 31   | 11   | 9    | Total | LGRA-S | Ratio | CS   | Type |      |      |      |      |    |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|--------|-------|------|------|------|------|------|------|----|
| 8      | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 39     | 0.84  | 0.97 | 1.26 | A'   |      |      |      |    |
| 11     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1      | 1     | 39   | 0.84 | 0.97 | 1.66 | A'   |      |    |
| 3      | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1      | 0     | 38   | 0.78 | 0.95 | 0.16 | A    |      |    |
| 10     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 0      | 0     | 38   | 0.78 | 0.95 | 0.00 | A    |      |    |
| 20     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1      | 1     | 0    | 38   | 0.78 | 0.95 | 0.09 | A    |    |
| 2      | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1      | 1     | 1    | 1    | 37   | 0.73 | 0.93 | 0.85 | A' |
| 7      | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1      | 1     | 1    | 1    | 37   | 0.73 | 0.93 | 0.42 | A  |
| 27     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1      | 1     | 1    | 1    | 37   | 0.73 | 0.93 | 0.27 | A  |
| 32     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1      | 1     | 1    | 1    | 37   | 0.73 | 0.93 | 0.27 | A  |
| 16     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 0      | 1     | 0    | 36   | 0.68 | 0.90 | 0.21 | A    |    |
| 21     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1      | 1     | 1    | 1    | 36   | 0.68 | 0.90 | 0.29 | A  |
| 26     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1      | 1     | 1    | 1    | 36   | 0.68 | 0.90 | 0.14 | A  |
| 13     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1     | 1      | 1     | 1    | 1    | 34   | 0.61 | 0.85 | 0.76 | A' |
| 17     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0     | 0      | 0     | 0    | 0    | 34   | 0.61 | 0.85 | 0.06 | A  |
| 19     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1      | 1     | 1    | 1    | 34   | 0.61 | 0.85 | 0.35 | A  |
| 5      | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1     | 1      | 0     | 33   | 0.58 | 0.82 | 0.28 | A    |      |    |
| 18     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1      | 1     | 1    | 1    | 33   | 0.58 | 0.82 | 0.12 | A  |
| 4      | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1      | 1     | 1    | 1    | 32   | 0.55 | 0.80 | 0.14 | A  |
| 31     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1      | 1     | 1    | 1    | 32   | 0.55 | 0.80 | 0.38 | A  |
| 23     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1      | 1     | 1    | 1    | 31   | 0.53 | 0.78 | 0.31 | A  |
| 28     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1      | 1     | 1    | 1    | 31   | 0.53 | 0.78 | 0.31 | A  |
| 1      | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1      | 1     | 1    | 1    | 30   | 0.50 | 0.75 | 0.26 | A  |
| 6      | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1      | 1     | 1    | 1    | 30   | 0.50 | 0.75 | 0.18 | A  |
| 15     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0     | 0      | 0     | 0    | 0    | 29   | 0.48 | 0.72 | 0.09 | B  |
| 9      | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1      | 1     | 1    | 1    | 28   | 0.45 | 0.70 | 0.32 | B  |
| 25     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1      | 1     | 1    | 1    | 27   | 0.43 | 0.68 | 0.30 | B  |
| 24     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 1    | 0    | 1     | 0      | 1     | 0    | 1    | 25   | 0.39 | 0.63 | 0.41 | B' |
| 14     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 1    | 0    | 0     | 0      | 0     | 0    | 0    | 23   | 0.35 | 0.57 | 0.22 | B  |
| 29     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0     | 0      | 0     | 0    | 0    | 23   | 0.35 | 0.57 | 0.27 | B  |
| 12     | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0     | 1      | 1     | 1    | 1    | 21   | 0.31 | 0.53 | 0.50 | B' |
| 22     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0     | 0      | 0     | 1    | 1    | 20   | 0.29 | 0.50 | 0.76 | B' |
| 30     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0     | 1      | 0     | 0    | 1    | 16   | 0.23 | 0.40 | 0.58 | C' |
| Total  | 32   | 32   | 31   | 31   | 31   | 31   | 31   | 30   | 30   | 30   | 30   | 29   | 29   | 29   | 29   | 28   | 28   | 28   | 27   | 27   | 27   | 26   | 26   | 26   | 25   | 25   | 24   | 24   | 24   | 24   | 21   | 21   | 21   | 20   | 20   | 19   | 18   | 17   | 17   | 15   | 15    | 1014   |       |      |      |      |      |      |      |    |
| LGRA-P | 1.00 | 1.00 | 0.82 | 0.82 | 0.82 | 0.82 | 0.82 | 0.75 | 0.75 | 0.75 | 0.75 | 0.69 | 0.69 | 0.69 | 0.69 | 0.65 | 0.65 | 0.65 | 0.60 | 0.60 | 0.60 | 0.60 | 0.57 | 0.57 | 0.53 | 0.53 | 0.50 | 0.50 | 0.50 | 0.41 | 0.41 | 0.41 | 0.39 | 0.39 | 0.36 | 0.34 | 0.32 | 0.32 | 0.27 | 0.27 | 0.06  |        |       |      |      |      |      |      |      |    |
| Ratio  | 1.00 | 1.00 | 0.97 | 0.97 | 0.97 | 0.97 | 0.97 | 0.94 | 0.94 | 0.94 | 0.94 | 0.91 | 0.91 | 0.91 | 0.91 | 0.88 | 0.88 | 0.88 | 0.84 | 0.84 | 0.84 | 0.84 | 0.81 | 0.81 | 0.78 | 0.78 | 0.75 | 0.75 | 0.75 | 0.66 | 0.66 | 0.66 | 0.63 | 0.63 | 0.59 | 0.56 | 0.53 | 0.53 | 0.47 | 0.13 |       |        |       |      |      |      |      |      |      |    |
| CP     | 0.00 | 0.00 | 0.32 | 1.47 | 0.00 | 0.25 | 0.45 | 0.18 | 0.40 | 0.77 | 0.26 | 0.18 | 0.21 | 0.53 | 0.11 | 0.45 | 0.43 | 0.26 | 0.20 | 0.20 | 0.58 | 0.65 | 0.39 | 0.61 | 0.12 | 0.22 | 0.54 | 0.52 | 0.28 | 0.17 | 0.39 | 0.56 | 0.78 | 0.44 | 0.45 | 0.40 | 0.22 | 0.59 | 0.70 | 0.18 |       |        |       |      |      |      |      |      |      |    |
| Type   | A    | A    | A    | A    | A'   | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A'   | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A'   | A'   | A    | A    | A    | A    | A'   | A'   | A    | A    | A    | A'   | A    | A    | A    | A    | A    | A    | B'   | B'    |        |       |      |      |      |      |      |      |    |

$S = 32$  人次  $P = 40$  題

右上方標記區難題是  $P_{12}, P_{31}, P_{11}, P_9$ ，各題答對率在五成左右，屬真正難題；左下方標記區難題是  $P_{17}, P_{19}, P_{24}, P_{37}, P_{13}, P_{18}, P_{25}, P_2, P_{30}$ ，各題答對率趨是八成至九成，屬容易試題，中間試題  $P_{34}, P_{29}$ ，各試題有六成答對率，意謂為班前段屬容易試題，班後段則尚可。值得一提的是， $P_9$  答對率未達一成五，屬最難試題，而  $S_8$  答對 39 個試題， $S_{30}$  僅答對 16 個試題，二者落差大。其次， $P_{34}$  與  $P_{29}$  在交集區呈現多次錯答，該現象可用以判斷迷思概念生成之相關資訊。

學習類型分為  $A, A', B, B'$  與  $C, C'$ ，比例是 19:4:6:2:1；題型分為  $A, A', B, B'$ ，比例是 27:11:1:1。

(五) 戊班

以灰關聯度 $\gamma$ 值 0.5 為分界點，受試者較優與較次等級比例是 18 比 14，容易試題與難度高試題比例是 18 比 22。值得正視，容易試題未達一半，該份測驗為戊班而言偏難。

## 5.1 排序

1.受試者： $S_5, S_{30} \succ S_{21} \succ S_6, S_{26}, S_{31} \succ S_7, S_9 \succ S_{16}, S_{18} \succ S_{19}, S_{24} \succ \cdots \succ S_3, S_{14} \succ S_{10} \succ S_8 \succ S_{20} \succ S_{12}$ 。

2. 試題：  $P_{15} \succ P_6, P_8, P_{14}, P_{20}, P_{35} \succ P_{21}, P_{24}, P_{28}, P_{40} \succ \dots \succ P_1 \succ P_{38} \succ P_{12}, P_{31} \succ P_{11}, P_{29} \succ P_{34} \succ P_9$ 。

## 5.2 難題

依據表六，試題灰關聯度 $\gamma$ 值 0.5 以下有 22 題，受試者灰關聯度值 $\gamma$ 值 0.5 以下有 14 人；以灰關聯度 $\gamma$ 值 0.5 以上分別與 $S$ 、 $P$ 曲線交集，得出 3 區如表中灰色標記，分別是右上方標記區屬高分群難題、左下方標記區是低分群難題，與

能力程度與試題難度居中者。

表六 戊班 GSP 表

| S-P   | 15   | 6    | 8    | 14   | 20   | 35   | 21   | 24   | 28   | 40   | 7    | 17   | 30   | 2    | 3    | 4    | 25   | 33   | 13   | 36   | 37   | 39   | 5    | 18   | 32   | 10   | 16   | 19   | 22   | 23   | 26   | 27   | 1    | 38   | 12   | 31   | 11   | 29   | 34   | 9    | Total | LGR |     |     |     |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-----|-----|-----|-----|
| 5     | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 38    | 0.7 |     |     |     |
| 30    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 0   | 38  | 0.7 |     |
| 21    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0     | 37  | 0.7 |     |     |
| 6     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 36    | 0.6 |     |     |     |
| 26    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0     | 36  | 0.6 |     |     |
| 31    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 0    | 0    | 36    | 0.6 |     |     |     |
| 7     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 35    | 0.6 |     |     |     |
| 9     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 35    | 0.6 |     |     |     |
| 16    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0     | 33  | 0.5 |     |     |
| 18    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0     | 33  | 0.5 |     |     |
| 19    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0     | 32  | 0.5 |     |     |
| 24    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0     | 32  | 0.5 |     |     |
| 13    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 0   | 31  | 0.5 |     |
| 29    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 0    | 0     | 31  | 0.5 |     |     |
| 32    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 31    | 0.5 |     |     |     |
| 1     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1     | 0   | 30  | 0.5 |     |
| 11    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0     | 30  | 0.5 |     |     |
| 28    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0     | 30  | 0.5 |     |     |
| 15    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0     | 0   | 29  | 0.4 |     |
| 17    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0     | 0   | 25  | 0.3 |     |
| 22    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0     | 0   | 25  | 0.3 |     |
| 23    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 0   | 25  | 0.3 |     |
| 25    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0     | 24  | 0.3 |     |     |
| 4     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0     | 0   | 22  | 0.3 |     |
| 27    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1   | 0   | 22  | 0.3 |
| 2     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0     | 0   | 21  | 0.3 |     |
| 3     | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0     | 20  | 0.2 |     |     |
| 14    | 0    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 1     | 20  | 0.2 |     |     |
| 10    | 1    | 0    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0     | 0   | 17  | 0.2 |     |
| 8     | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0     | 0   | 0   | 16  | 0.2 |
| 20    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0     | 0   | 11  | 0.1 |     |
| 12    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0     | 0   | 9   | 0.1 |     |
| Total | 31   | 29   | 29   | 29   | 29   | 29   | 28   | 28   | 28   | 28   | 27   | 27   | 27   | 26   | 26   | 26   | 25   | 25   | 23   | 23   | 23   | 23   | 22   | 22   | 22   | 21   | 20   | 20   | 20   | 19   | 19   | 19   | 19   | 18   | 15   | 14   | 14   | 12   | 12   | 10   | 2     | 890 |     |     |     |
| LGR-P | 0.82 | 0.69 | 0.69 | 0.69 | 0.69 | 0.69 | 0.65 | 0.65 | 0.65 | 0.65 | 0.60 | 0.60 | 0.60 | 0.57 | 0.57 | 0.57 | 0.53 | 0.53 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 0.47 | 0.44 | 0.44 | 0.44 | 0.41 | 0.39 | 0.39 | 0.39 | 0.36 | 0.36 | 0.36 | 0.34 | 0.27 | 0.25 | 0.25 | 0.21 | 0.21 | 0.17 | 0.03 |       |     |     |     |     |
| Ratio | 0.97 | 0.91 | 0.91 | 0.91 | 0.91 | 0.91 | 0.88 | 0.88 | 0.88 | 0.88 | 0.84 | 0.84 | 0.84 | 0.81 | 0.81 | 0.81 | 0.78 | 0.78 | 0.72 | 0.72 | 0.72 | 0.72 | 0.69 | 0.69 | 0.69 | 0.66 | 0.63 | 0.63 | 0.63 | 0.59 | 0.59 | 0.59 | 0.56 | 0.47 | 0.44 | 0.44 | 0.38 | 0.38 | 0.31 | 0.06 |       |     |     |     |     |
| CP    | 0.58 | 0.25 | 0.59 | 0.25 | 0.36 | 0.27 | 0.52 | 0.45 | 0.19 | 0.22 | 0.21 | 0.20 | 0.30 | 0.41 | 0.42 | 0.12 | 0.56 | 0.36 | 0.48 | 0.48 | 0.40 | 0.42 | 0.50 | 0.19 | 0.30 | 0.01 | 0.33 | 0.30 | 0.16 | 0.48 | 0.74 | 0.49 | 0.62 | 0.72 | 0.33 | 0.31 | 0.19 | 0.68 | 0.47 | 0.88 |       |     |     |     |     |
| Type  | A'   | A    | A'   | A    | A    | A    | A'   | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A    | A'   | A    | B'   | B    | B    | B    | B    | B    | B'   | B     | B'  |     |     |     |

$S = 32$  人次  $P = 40$  題

右上方標記區難題是  $P_1, P_{38}, P_{12}, P_{31}, P_{11}, P_{29}, P_{34}$ ，各題答對率在三成以下，屬真正難題；左下方標記區難題是  $P_{28}, P_{40}, P_7$ ，各題答對率近六成，屬容易試題，中間試題  $P_{33}, P_{13}$ ，各題答對率在五成左右，為班前段者屬容易試題，班後段者尚可。值得一提的是， $P_9$  答對者僅 2 人，一為總答對題數 38，另一為總答對題數 20，後者明顯是誤答誤碰給蒙對了。此外， $P_{33}, P_{13}$  在試題難度上呈現特殊資訊， $P_{33}$  與  $P_{25}$  有相同答對率， $P_{33}$  在交集區呈現多次錯答；同理， $P_{13}, P_{36}, P_{37}, P_{39}$  有相同答對率， $P_{13}$  較其他試題在交集區呈現多次錯答， $P_{33}, P_{13}$  成了跨越灰關聯度 0.5 的關鍵試題。

學習類型分為 A, A', B, B' 與 C, C'，比例是 15:3:9:1:2:2；題型分為 A, A', B, B'，比例是 27:6:4:3。

綜合表二至表六，構造表七。表七顯示：(1) 經計算得出各試題答對答錯比率，據以瞭解受試者程度試題難易程度，(2) 在補救教學或意義教學上，尚須參照試題概念結構圖（見附件一），以單一試題式的第二次教學，不符認知理解與意義學習原理，(3) 經統計可計算得出五班共同較難試題，(4) 統一測驗工具，各班評量結果差異互見，值得重視的是，各班成績較優與殿後者間落差大。

表七 甲班-戊班較難試題一覽表

|       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |  |   |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|--|---|
| 左下方試題 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |   |   |  |   |
| 甲班    |   |   |   |   | 1 |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 1  |    |    | 1  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |  |   |
| 乙班    | 1 |   |   |   |   |   |   | 1 |   |    |    |    | 1  |    |    |    | 1  |    | 1  |    |    |    |    |    | 1  |    |    | 1  |    |    |    |    |    | 1  |    |    |    |    |    |    |   |   |  |   |
| 丙班    | 1 |   |   |   |   |   | 1 |   |   | 1  |    |    | 1  |    |    |    |    |    | 1  |    |    |    |    | 1  |    | 1  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 1  |   |   |  |   |
| 丁班    | 1 |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    | 1  |    |    |    |    | 1  | 1  | 1  |    |    |    |    |    | 1  | 1  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 1  |   |   |  |   |
| 戊班    |   |   |   |   |   |   |   |   | 1 |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 1  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   | 1 |  |   |
| sum   | 0 | 3 | 0 | 1 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0 | 1  | 0  | 0  | 3  | 0  | 0  | 0  | 0  | 2  | 1  | 3  | 0  | 0  | 0  | 0  | 2  | 2  | 1  | 1  | 2  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 2  | 0  | 0  | 1 |   |  |   |
| 右上方試題 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |   |   |  |   |
| 甲班    |   |   |   |   |   |   |   |   | 1 |    | 1  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |  |   |
| 乙班    |   |   |   |   |   |   |   |   | 1 |    | 1  | 1  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 1  |    |    |    |    |    | 1  |    |    |    |    |    |    |    |   |   |  |   |
| 丙班    |   |   |   |   |   |   |   |   | 1 |    |    | 1  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 1  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |  | 1 |
| 丁班    |   |   |   |   |   |   |   |   | 1 |    | 1  | 1  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 1  |    |    |    |    |    |    |    |   |   |  |   |
| 戊班    | 1 |   |   |   |   |   |   |   | 1 |    |    | 1  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 1  |    | 1  |    |    | 1  |    |    |    |    |    |   | 1 |  |   |
| sum   | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 0  | 3  | 4  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 2  | 0  | 3  | 0  | 0  | 3  | 0  | 0  | 0  | 3  | 0  | 0 |   |  |   |
| 關鍵試題  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |   |   |  |   |
| 甲班    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |  |   |
| 乙班    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |  |   |
| 丙班    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |  |   |
| 丁班    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |  |   |
| 戊班    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |   |  |   |

三、Rasch Model GSP Curve

經由 Logistic Transformation 建立擬合連續灰關聯度值曲線，一則表徵原數列與新數值序列關係結構，二則進行參數推估。

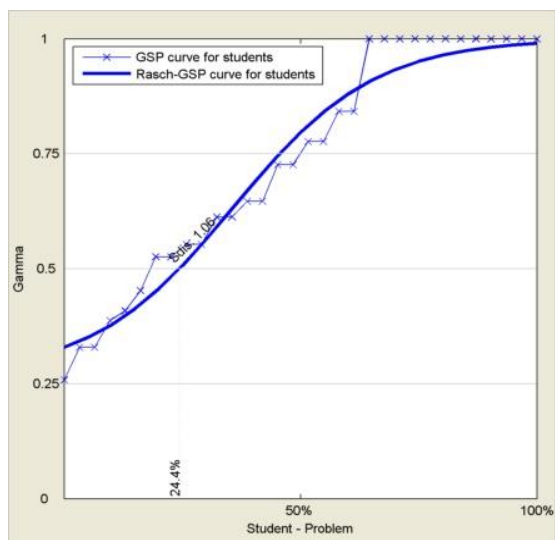
(一) 誤差參數檢定

茲為確認 Rasch Model GSP Curve 之 Logistic Transformation 函數可適性，透過統計誤差參數予以檢定之，(1) 誤差平方和 (Sum of Squares Due to Error, SSE)，擬合數據與原始數據對應點的誤差平方和愈接近 0，表示模型擬合效果愈好；(2) 均方根誤差 (Root Mean Squared Error, RMSE)，數值趨近 0，表示模型擬合效果好，(3) R-平方係數 (R-Squared Coefficient of Determination)，數值介於 0 至 1，而若趨近 1，則表示模型擬合效果好。

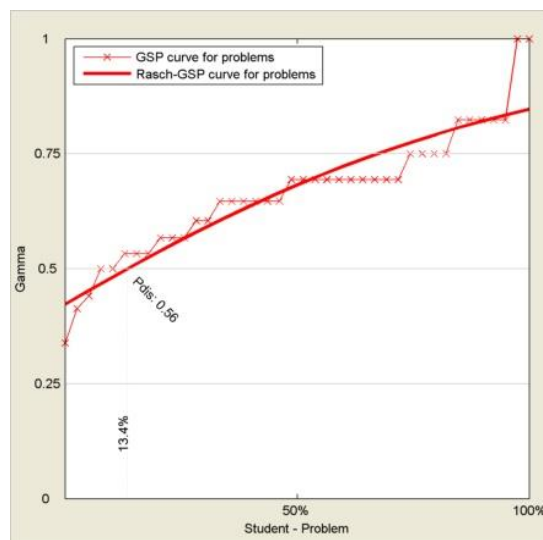
依據許天維、曾建維、梁榮進、王柏婷、永井正武 (2012) 研究顯示，Rasch Model GSP 曲線之 Logistic Regression 與 RMSE、R-Squared 呈現較適擬合效果。

(二) 甲班

首先，依據表二之 LGRA-S、LGRA-P Gamma 值，與以最小平方法計算，得出最佳逼近直線，見圖四與圖五 Rasch Model GSP 曲線。



圖四 甲班 Rasch Model GSP-S



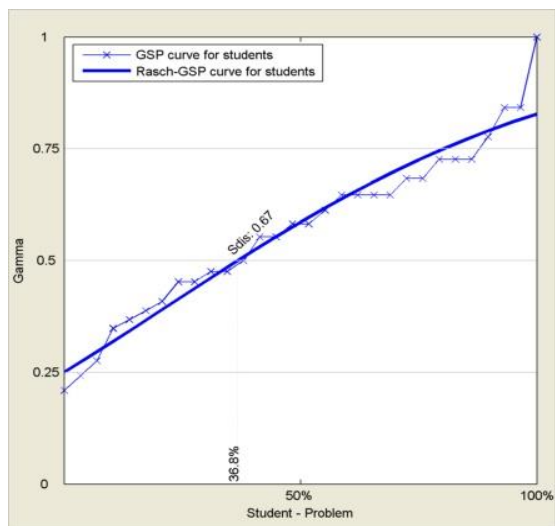
圖五 甲班 Rasch Model GSP-P

其次，以 Rasch Line 0.5 ( $\gamma = 0.5$ ) 與 Rasch Model GSP 曲線交點，代入斜率公式與 Rasch Model GSP 公式，得出結果如下：

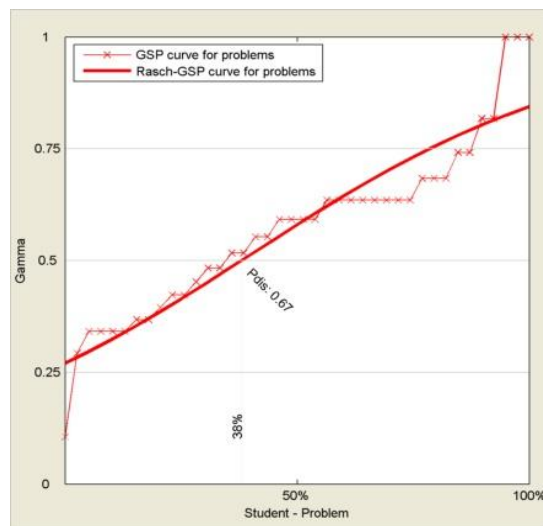
1. 受試者鑑別度 1.06、試題鑑別度 0.56。
2. 受試者中，有 24.4% 成績屬較次等級。
3. 試題中，有 13.4% 屬較難試題。

### (三) 乙班

首先，依據表三之 LGRA-S、LGRA-P Gamma 值，與以最小平方法計算，得出圖六與圖七 Rasch Model GSP 曲線。



圖六 乙班 Rasch Model GSP-S



圖七 乙班 Rasch Model GSP-P

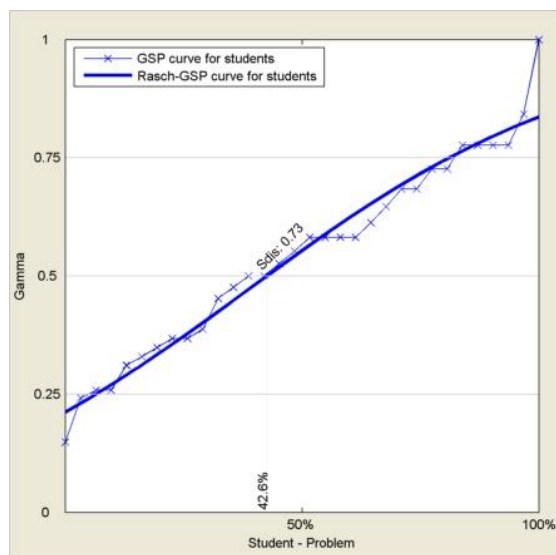
其次，以 Rasch Line 0.5 ( $\gamma = 0.5$ ) 與 Rasch Model GSP 曲線交點，代入斜率公式與 Rasch Model GSP 公式，計算結果如下：

1. 受試者與試題鑑別度同樣是 0.67。
2. 受試者中，有 36.8% 成績屬較次等級。

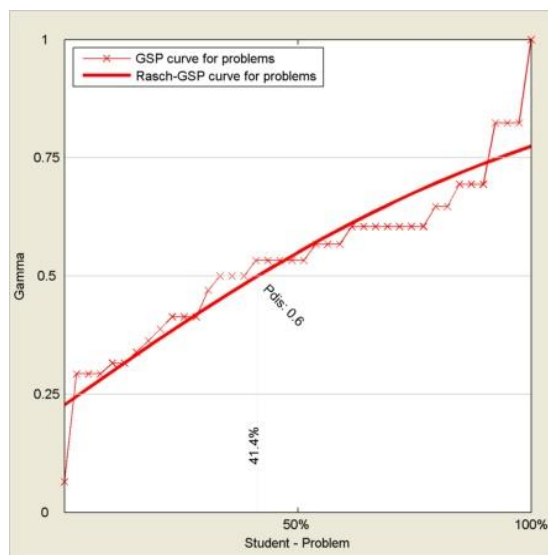
3. 試題中，有 38% 屬較難試題。

#### (四) 丙班

首先，依據表四之 LGRA-S、LGRA-P Gamma 值，與以最小平方法計算，得出圖八與圖九 Rasch Model GSP 曲線。



圖八 丙班 Rasch Model GSP-S



圖九 丙班 Rasch Model GSP-P

其次，以 Rasch Line 0.5 ( $\gamma = 0.5$ ) 與 Rasch Model GSP 曲線交點，代入斜率公式與 Rasch Model GSP 公式，計算結果如下：

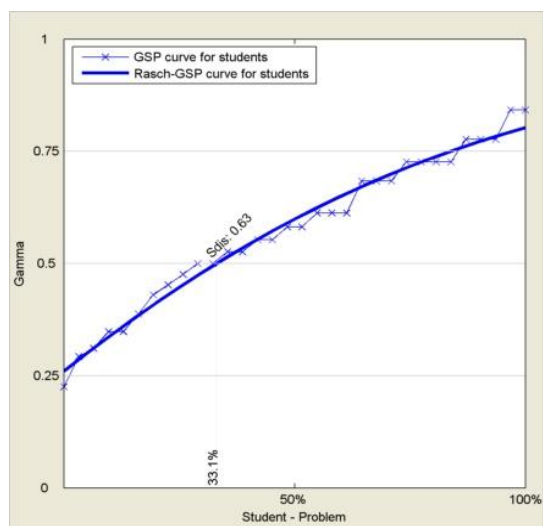
1. 受試者鑑別度 0.73、試題鑑別度 0.6。
2. 受試者中，有 42.6% 成績屬較次等級。
3. 試題中，有 41.4% 屬較難試題。

#### (五) 丁班

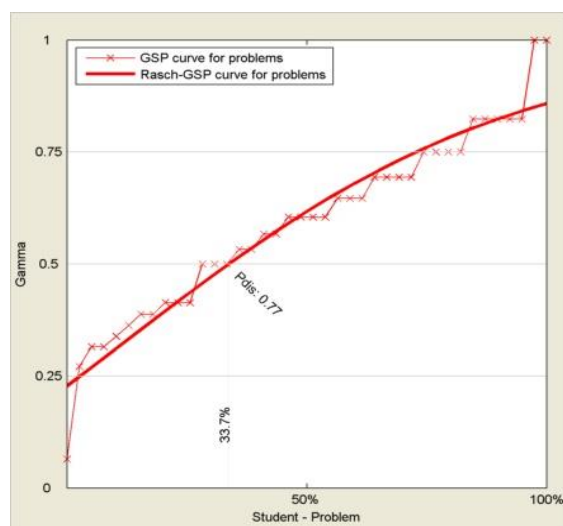
首先，依據表五之 LGRA-S、LGRA-P Gamma 值，與以最小平方法計算，得出圖十與圖十一 Rasch Model GSP 曲線。

其次，以 Rasch Line 0.5 ( $\gamma = 0.5$ ) 與 Rasch Model GSP 曲線交點，代入斜率公式與 Rasch Model GSP 公式，計算結果如下：

1. 受試者鑑別度 0.63、試題鑑別度 0.77。
2. 受試者中，有 33.1% 成績屬較次等級。
3. 試題中，有 33.7% 屬較難試題。



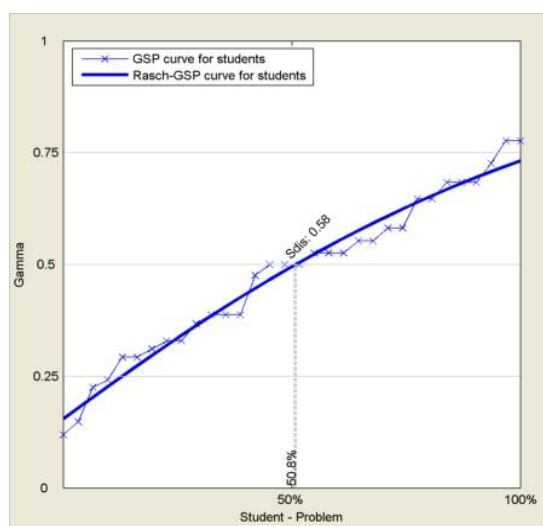
圖十 丁班 Rasch Model GSP-S



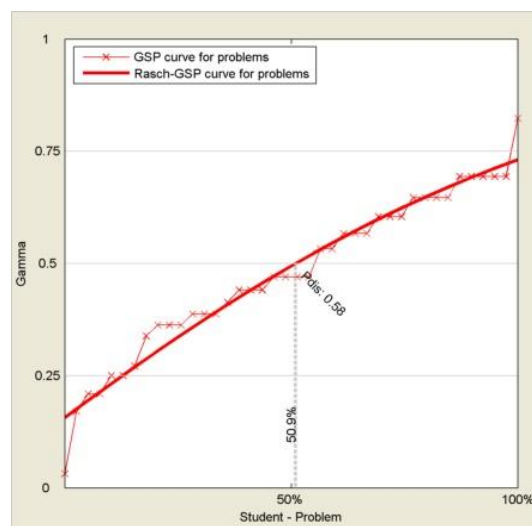
圖十一 丁班 Rasch Model GSP-P

#### (六) 戊班

首先，依據表六之 LGRA-S、LGRA-P Gamma 值，與以最小平方法計算，得出圖十二與圖十三 Rasch Model GSP 曲線。



圖十二 戊班 Rasch Model GSP-S



圖十三 戊班 Rasch Model GSP-P

其次，以 Rasch Line 0.5 ( $\gamma = 0.5$ ) 與 Rasch Model GSP 曲線交點，代入斜率公式與 Rasch Model GSP 公式，計算結果如下：

1. 受試者與試題鑑別度同樣是 0.58。
2. 受試者中，有 50.8% 成績屬較次等級。
3. 試題中，有 50.9% 屬較難試題。

依據圖四至圖十三，得出表八。基於試題信效度是測驗工具充分條件 (Clarke, 1967)，Rasch 假設試題鑑別度相等 (Rasch, 1960)，在實務上，不論是題庫建置或測驗卷設計，試題難易度是考慮重點。

表八 甲-戊班 Rasch Model GSP 參數一覽表

|    | 鑑別度  |      | 分界點   |       |
|----|------|------|-------|-------|
|    | 受試者  | 試題   | 受試者   | 試題    |
| 甲班 | 1.06 | 0.56 | 0.244 | 0.134 |
| 乙班 | 0.67 | 0.67 | 0.368 | 0.380 |
| 丙班 | 0.73 | 0.60 | 0.426 | 0.414 |
| 丁班 | 0.63 | 0.77 | 0.331 | 0.337 |
| 戊班 | 0.58 | 0.58 | 0.508 | 0.509 |

自表十可讀取如下結果：

(1) 甲班鑑別度最高，丙班其次，戊班殿後。

(2) 以 Rasch Line 0.5 與 Rasch Model GSP 曲線交點，作為各班能力分界點，以甲班為例，有 24.4%測驗成績表現較弱；戊班最高，計有 50.8%。**依據試題反應理論與統一的測驗工具功能**，甲班成就測驗成績表現最佳，丁班與乙班次之，戊班最弱。

(3) 以試卷或試題難度而言，甲班最低是 13.4%，丙班居中 41.4%，戊班最高是 50.9%。

(4) 綜合上述，甲班成績較齊一與優秀，戊班表現差異大，丙班其次。

## 肆、研究與分析

國小教育屬扎根性、基礎性教育，性向、潛能、習性、發展是重點：(1) 人文社會科學與數理自然科學思考邏輯有別，(2) 依據刺激反應與社會互動論，生活場域刺激正以定時與偶發、結構與非結構、正與反方式，型塑學習者經驗世界與影響學習者認知，(3) 網際網路社會知識呈現開放狀態，學習者起點行為良莠不一與差異大，(4) 知識學習是量變與質變並行與交互作用。

### 一、迷思概念

**迷思概念、不完全理解概念**是學習歷程可見現象之一，意指在前導概念混淆、思緒不清與錯誤推理 (Faulty Reasoning) (Hancock, 1940) 下，得出錯誤概念與認知 (Misleading Ideas) (Barass, 1984)，是有效知識範式學習與發展過程待克服與解決問題。

認知模糊、錯置，或不完全正確，可歸因於自創規範 (Invented Rule)、模仿不得宜行為表現，或錯誤理解，前者基於直覺、經驗法則與捷思法 (Heuristic Approach) (Tversky, & Kahneman, 1982)，後者種因於認知不完整性、知識貧乏、遷移類化落差與判斷失誤，其中，判斷失誤涵蓋主、客觀因素。

**迷思概念** (Misconception)，對應思維邏輯未必錯誤 (Wrong Thinking)，被構建概念 (Construct of Concepts) 具**概念雛形** (In Embryonic)、片面性與局部有效性 (Localized Generalization) (Swan, 2001)，在正規知識體系 (Formal Knowledge) 發展與學習上具干擾作用。

數學是自然科學領域基礎學科，數學知識學習具教育功能性與科技應用性，前者賦予發展基礎數學知識、思考邏輯、問題解決策略思維旨趣等，後者是科技文明發展利基。基於數學知識抽象性與概念具前後連貫特性，序列性學習成為必要；此外，數學表徵符號具人為性、特殊性，增生數學學習難度。

數學教育，針對迷思概念問題、迷思現象（Myth）漸次受到重視，相關研究指出（Champagne, Klopfer, & Anderson, 1980），影響因素如誤導、知識不足、理解錯誤數量與組織等，其中，知識先備概念（Preconception）與概念結構是影響學科知識體系發展的關鍵要素（Ausubel, Novak, & Hanesian, 1978）。

**理解困難與理解錯誤、誤解與誤會，在定義與應用上有別，不宜錯置與混用。對於測驗與評量呈現錯答或迷思問題，影響因素可能是知識不足、不正確的理解，與知識錯用，從而補救配套措施多元。**本文研究定義之迷思問題原則是：（1）以試題答錯比例高低為判斷準則，（2）運用教育工學科技如 S-P 表、S-P 表與灰關聯度交集，與（3）答對答錯相對比較與專業直覺。

值得一提的是，不論是迷思概念重構，抑或迷思概念澄清，評量後進行第二階段教育工程細部工作不宜採點式教與學、重複學習，而是自錯誤處出發與施行脈絡式、對列式意義學習（見附件一）。

## 二、S-P 表與 GSM

S-P 表，以二元計分法（Dichotomous）與「表」方式分析受試者能力與試題難度，據以構造作答反應組型，與評定受試者能力高低與試題品質。其中，S 曲線，一則表徵受試者得分累加之分佈曲線，二則用以區分答對與答錯分界線；同理，P 曲線，一則表徵試題答對人次累加之分佈曲線，二則用以區分試題答對與答錯人次分界線。

2.1 S-P 表，分布於 S-P 表左上方者，代表能力較好受試者與較大多數被期望答對試題；相反的，分布於 S-P 表右下方者，代表能力較次等級與答錯比例高的較難試題。

### 2.1.1 舉例說明

由表二至表六，自各「表」中可讀取受試者與試題數值資訊，其中，S 曲線與 P 曲線交集範圍，受試者在作答反應組型中，能力高低與作答反應呈現較多不一致性，形成迷失現象之迷思概念，以灰色標記之。

2.2 GSM，基於拓樸規範構造之灰關聯分析模式，旨在表徵離散要素整體性之 GSM 規範空間（Norm Space），首先，運用 Matlab 軟體與帶入數學模式計算階層係數 $\theta$ 、有向路徑係數 $\psi$ ，與辨識係數 $\rho$ ；其次，圖示化受試者與試題階層結構、要素有向關聯，最後，以灰關聯度目標值為參考依據，就同一階層相關要素進行約簡與形成較近路徑

### 2.2.1 舉例說明

由圖十四至圖二十三（見附件二、三），分為二類，一類為受試者 GSM，另一類為試題 GSM；其中，（1）各圖階層係數、有向路徑係數與辨識係數一致，分別是： $\theta=0.1, \psi=0.5, \rho=1$ ，三參數任一數值變動，對應之結構圖、要素階層關聯相對亦會變動。

### 2.2.2 GSM-S

由數值轉換為曲線圖，形式思維具體化為有向圖示，利於溝通。依據圖十四至圖十八（見附件二），得出表九。表九顯示，（1）各班整體結構、（2）受試者分布差異，與（3）受試者間之有向關聯結構。

表九 甲-戊班受試者分布階層結構

| Gamma | 甲  | 乙 | 丙  | 丁  | 戊  |     |
|-------|----|---|----|----|----|-----|
| 1.00  | 16 | 9 | 10 | 9  | 8  | 階層六 |
| 0.75  | 6  | 4 | 6  | 10 | 11 |     |
| 0.50  | 4  | 6 | 6  | 4  | 6  | 階層四 |
| 0.25  | 3  | 4 | 6  | 4  | 3  | 階層三 |
| 0.00  | 1  | 3 | 1  | 1  | 2  | 階層一 |

受試者能力灰關聯度  $\gamma > 0.75$

甲班： $S_1, S_8, S_{10}, S_{16}, S_{17}, S_{18}, S_{20}, S_{21}, S_{22}, S_{23}, S_{26}, S_{32} \succ S_{12}, S_{30} \succ S_5, S_{24}$ 。

乙班： $S_{15} \succ S_1, S_{25} \succ S_7 \succ S_5, S_6, S_9 \succ S_{11}, S_{19}$ 。

丙班： $S_6 \succ S_{24} \succ S_9, S_{13}, S_{21}, S_{29} \succ S_{22}, S_{31} \succ S_8, S_{27}$ 。

丁班： $S_8, S_{11} \succ S_3, S_{10}, S_{20} \succ S_2, S_7, S_{27}, S_{32}$ 。

戊班： $S_5, S_{30} \succ S_6 \succ S_{21}, S_{26}, S_{31} \succ S_7, S_9$ 。

受試者能力灰關聯度  $\gamma \leq 0.50$

甲班： $S_{27} \prec S_{28}, S_{13} \prec S_{29} \prec S_{15} \prec S_{19}$ 。

乙班： $S_{12} \prec S_{29} \prec S_{26} \prec S_{10} \prec S_{30} \prec S_2 \prec S_{24} \prec S_{20}, S_3 \prec S_{23}, S_{13}$ 。

丙班： $S_{19} \prec S_{26} \prec S_{17}, S_3 \prec S_{20} \prec S_{23} \prec S_7 \prec S_4, S_2 \prec S_{30}$ 。

丁班： $S_{30} \prec S_{22} \prec S_{12} \prec S_{29}, S_{14} \prec S_{24} \prec S_{25} \prec S_9 \prec S_{15}$ 。

戊班： $S_{12} \prec S_{20} \prec S_8 \prec S_{10} \prec S_{14}, S_3 \prec S_2$ 。

灰關聯度  $\gamma > 0.75$  與人次累計，各班序列：甲 $\succ$ 丁，戊 $\succ$ 丙 $\succ$ 乙，其中，甲班較優，丁、戊、丙班居中，乙班殿後。同理，灰關聯度  $\gamma < 0.25$ ，甲 $\prec$ 丙，戊 $\prec$ 丁 $\prec$ 乙，乙班成績較次等級者最多，甲班最少。

### 2.2.3 GSM-P

由圖十九至圖二十三（見附件三），得出表十。表十可讀取，（1）試題整體結構、（2）分佈差異，（3）試題有向關聯結構。據以說明如下：

1.依據答對率高試題為容易試題規範與對照甲、乙、丙、丁或乙、丙、丁各班試題階層結構，五班試題階層構造原則上可分為四階層，分別是 0-0.25、0.25-0.50、0.50-0.75、0.75-1.00。

2.就要素關聯排序而言，同一階層要素有相同或近似灰關聯度，但未必有等價關係，從而分布同一階層試題不宜視為類複本試題，予以刪除。然若要素趨近目標值時，則可省略上位要素，茲以甲班為例說明， $P_9$  與  $P_{11}$ 、 $P_{34}$  目標值關聯度高，而  $P_{11}$  與  $P_{34}$  是答對率較高試題，得宜刪除。同理， $P_{36}, P_3, P_{31}, P_{28}, P_{26}$  可刪減之。

3.試題灰關聯度  $> 0.75$ ，各班累計有 24-27 或 29 題，差異有限，其中，戊班表現較弱，有 10 個試題待增強。

4.試題灰關聯度  $0.50 \leq 0.25$ ，各班相對困難試題計有 5-10 題，其中，戊班仍屬較弱；此外，就補救教學角度，該區似是提升學習結果關鍵。

5.依據現代測驗理論，要素關聯結構及其模式因目標設定不一而有別，如表十顯示，五班優異序列是乙 $\succ$ 丁 $\succ$ 甲 $\succ$ 丙 $\succ$ 戊班；表八是甲 $\succ$ 丙 $\succ$ 丁 $\succ$ 乙 $\succ$ 戊。依據傳統測驗理論，S-P 表真實分數是判斷依據，五班優異序列構造則屬絕對性。

| 表十 甲-戊班試題分布階層結構 |    |    |    |    |    |
|-----------------|----|----|----|----|----|
| Gamma           | 甲  | 乙  | 丙  | 丁  | 戊  |
| 1.00            | 11 | 18 | 7  | 15 | 13 |
| 0.75            | 16 | 6  | 20 | 14 | 3  |
| 0.50            | 8  | 8  | 6  | 5  | 6  |
| 0.25            | 2  |    |    |    | 4  |
| 0.00            | 2  | 7  | 6  | 5  | 3  |
|                 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |

### 三、GSP 表與 Rasch Model GSP Curve

GSP 表，涵蓋 S-P 表、作答反應組型、受試者灰關聯度與試題灰關聯度，據以：一則將受試者與試題予以排序與分類，凸顯整體與部分關聯；二則圖示中聚焦學習不利者與測驗難題，三則構造測驗難題結構，與班際對列差異，四則補救教學具科學性與數據性。

#### 3.1 舉例說明

由表二至表六，自各「表」中得知各班受試者程度與試題難易度「數值」，由圖四至圖十三，各表中數值予以圖示視覺化，且由數值構造整體趨勢圖。

Rasch Model GSP Curve 結合 Rasch Line、Logistic Transformation 與 GSP 表構造之，據以：一則圖示化整體趨勢圖，二則標記三參數位置，可更完整讀取離散數據間關聯結構，三則進行結果評鑑。

#### 3.2 舉例說明

由圖四至圖十三，分為二類，一類為受試者 Rasch Model GSP 曲線，另一類為試題 Rasch Model GSP 曲線；計算與標記三參數數值，據以進行判斷、溝通與說明。

### 四、GSM

首先，以各要素為原點、要素之局部性灰關聯度  $\gamma$  值，與拓樸幾何原理，構造要素與要素之整體性關聯結構（見附件三），自圖二十至圖二十四之 1 與自圖二十至圖二十四之 2 差異是表徵圖示繁簡之別，前者利於讀取資訊。

其次，為瞭解要素與望大目標值關聯結構， $\psi$  取大， $0 < \psi \leq 1$ ，（見附件四），得出圖二十五-1 與圖二十五-2，而後者較前者提供具清晰與真正的結構關聯。

再次，同一階層要素有相同灰關聯度，意指與目標值有共同強度關聯，而非指要素間一定有關聯。

複次，使用同一份測驗卷，與 158 人次受試者之 GSM-P（見附件五），圖三十與圖三十一差異係數  $\psi$  分別是 0.5 與 0.9。

最後，由圖三十與圖三十一顯示，該份測驗卷大多數試題灰關聯度  $\gamma \geq 0.7$ ，其中， $P_{15}, P_8, P_{20}, P_{35}, P_{40}, P_{14}$  與  $P_7$  屬容易試題。較難試題是  $P_{29}, P_{34}, P_{12}, P_{31}, P_{38}, P_{11}$  與  $P_9$ ，其中  $P_9$  是最難試題（見表七）。

### 伍、結論

「抵固則生長，根深則視久。」12 年國民基本教育將於民國 103 年 9 月施

行，就學制階段性功能而言，後期中等教育發展奠基於 9~10 年國民義務教育，前者實施的是分化教育，9~10 年國民義務教育階段任務則是：(1) 完成試探與定向教育，以利後續學術、技術與職業銜接教育的發展；(2) 透過測驗與評量在其間發揮篩選與分類的功能，(3) 篩選與分類/分化歷程需實踐教育正義與滿足多元發展訴求，以利社會和諧與歧異發展。12 年國民基本教育教育性、專業性與功能性將體現於課程、教與學、測驗與評量三者間整合。

一般而言，數學概念、數學符號系統、數學學術知識體系較語文、社會與自然科學難了解，加諸 6-12 歲國小學童認知模式屬直覺、具體運思期，學習上頻生瓶頸自是預料中。依據上述測驗結果分析，各班數學整體表現佳，其中，班級表現落差較大者是戊班。

依據評量結果分析與診斷，對於達到評量目標者可推進新進度的學習；相反的，對於認知理解上出現錯誤、所謂不完全理解與迷思現象，概念結構錯置與混淆缺漏，據以規劃二次教學。其次，教學效益成敗影響因素多：(1) 教學者專業素質，首先，生手與熟手差異；其次，學科知識 (Content Knowledge)、學科教學知識 (Pedagogic Content Knowledge)、生活背景知識 (Life Context Knowledge)、e 化與多媒體素養 (Teaching Media Literacy)，與測驗與評量等識能；(2) 學習者基礎知識是否扎根，認知、情意與操作技能循序漸進發展；(3) 課程設計在質上分化與量上分配是否符應認知基模與可用教學時間；(4) 教學歷程是否進行診斷性形成性評量與規劃適宜之中介學習 (Mediated Learning)，(5) 數學教育政策、有效知識範式與教學策略是否環扣相繫。

最後，基於教育工程細部工作複雜與繁瑣，**單一教育學不敷需求，取長補短跨科際借器是可見趨勢**。運用教育工學科技於教育實務：(1) 白化 (Whitening) 教育工程、(2) 教育分析與診斷具實證性與視覺化、(3) 落實另類行動研究。研究工具 GSP Chart、Rasch Model GSP 曲線與 GSM：(1) 系統模式具數理原理 (Math Modeling)、(2) 分析資料的智性工學 (Intelligence Techniques of Data Analysis)、(3) 操作歷程簡易與可實施性。

## 參考文獻

### 中文部分

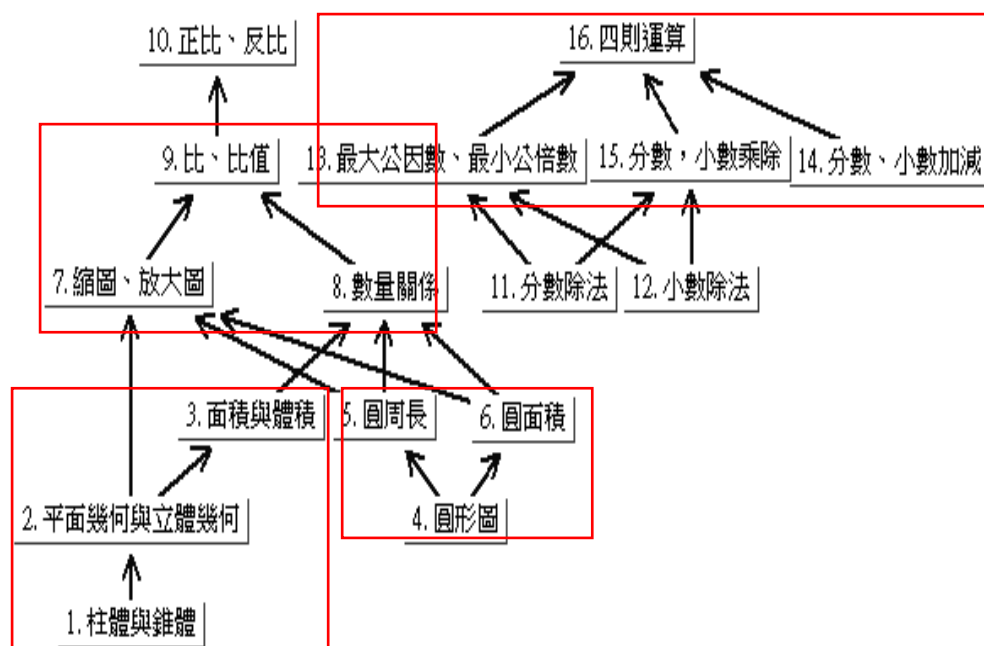
- 王文中 (2004)。Rasch 測量理論與其在教育和心理之應用。《教育與心理研究》，27 (4)，637-694。
- 余民寧 (2002)。《教育測驗與評量-成就測驗與教學評量》。台北：心理。
- 唐偉勤、蕭新平 (2004)。灰色關聯分析在複雜系統評估中的應用。《武漢理工大學學報 (交通科學與工程版)》，28 (2)，722-724。
- 許天維、曾建維、梁榮進、王柏婷、永井正武 (2012)。以 Rasch Model GSP 表及 GSM 結構圖進行試題修正：以企業倫理與職業道德課程之測驗為例。《教育研究與發展期刊》，8 (4)，53-80。
- 溫坤禮、趙忠賢、張宏志、陳曉瑩、溫惠筑 (2013)。《灰色理論 (第二版)》。台北：五南。
- 劉思峰、黨耀國、方志耕、謝乃明 (2010)。《灰色系統理論及其應用 (第五版)》。北京：科學出版社。

### 外文部分

- Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1978). *Education psychology: A cognitive view* (2<sup>nd</sup> ed.). New York: Holt, Rinehart, & Winston.
- Barrass, R. (1984). Some misconceptions and misunderstandings perpetuated by teachers and textbooks of biology. *Journal of Biology Education*, 8, 201-205.
- Birnbaum, A. (1968). Some latent trait models and their use in inferring an examinee's ability. In F.M. Lord & M.R. Novick (eds.), *Statistical theories of mental test scores* (pp. 397-479). Reading, MA: Addison-Wesley.
- Bryman, A., & Cramer, D. (1997). *Quantitative Data Analysis with SPSS for Windows: A Guide for Social Scientists*. London: Routledge.
- Champagne, A. B., Klopfer, L. E., & Anderson, J. H. (1980). Factors influencing the learning of classical mechanics. *American Journal of Physics*, 48(12), 1074-1079.
- Clarke, H.H. (1967). *Application of Measurement to Health and Physical Education*, 4<sup>th</sup> ed. Prentice-hall: Englewood.
- Gay, L.R. (1996). *Educational Research: Competencies for Analysis and Application*. Englewood Cliffs, NJ: Merrill, Prentice-Hall.
- Hancock, C. H. (1940). An evaluation of certain popular science misconceptions. *Science Education*, 24, 208-213.
- Lord, F.M. (1980). *Applications of item response theory to practical testing problems*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Nagai, M., Yamaguchi, D., Li, G. D., & Mizutani, K. (2005). New System Modeling Method Based on Grey Theory. *IPSI SIG Technical Reports*, 40(AL-101), 59-66.

- Rasch, G. (1960). *Probabilistic models for some intelligence and attainment tests*. Copenhagen: Danish National Institute for Educational Research.
- Sato, T. (1969). A method of analyzing data gathered by the response analyzer for diagnosis of student performance and the quality of instructional sequence. *Proceedings of the meeting of IECE of Japan Annual Conference*, S12-1, Japanese.
- Sato, T. & Kurata, M. (1977). Basic S-P Score Table Characteristics. *NEC Research and Development*, 47, 64-71.
- Sato, T. (1980). The S-P chart and the caution index. Tokyo: *NEC Educational Information Bulletin*, 80(1), C&C Systems Research Laboratories, Nippon Electric Co., Ltd.
- Sato, T. (1985). *Introduction to student-problem curve theory analysis and evaluation*. Tokyo: Meiji Tosho.
- Sato, T., & Kurata, M. (1997). Basic S-P score table characteristics. *NEC Research and Development*, 47, 64-71.
- Sheu, T. W., Tzeng, J. W., Liang, J. C., Wang, B. T., & Nagai, M. (2010). Proposal of the Rasch Model GSP Chart and its Tools Development. *The 15<sup>th</sup> Conference on Grey System Theory and Applications*, A115-A122.
- Swan, M. (2001). Dealing with misconceptions in mathematics. In P. Gates (ed.), *Issues in mathematics teaching* (pp. 147-165). London: Routledge/Falmer.
- Tversky, A. & Kahneman, D. (1982). Judgement under uncertainty: Heuristics and biases, In D. Kahneman, P. Slovic, & A. Tversky (eds.). *Judgement under uncertainty: Heuristics and Biases*. Cambridge Uni. Press.
- Yamaguchi, D., Li, G. D., & Nagai, M. (2005). New Grey relational analysis for finding the invariable structure and its applications. *Journal of Grey System*, 8(2), 167-178.
- Yamaguchi, D., Li, G. D., Mizutani, K., Akabane, T., Nagai, M., & Kitaoka, M. (2007). A realization algorithm of grey structural modeling. *Journal of Grey System*, 10(1), 33-40.
- Yamaguchi, D., Akabane, T., Li, G. D., Mizutani, K., Nagai, M., & Kitaoka, M. (2007). GSM による消費者の感性を考慮した灰色理論型市場調査法. *日本感性工学会研究論文集*, 7(1), 83-94.
- 山口大輔、李国棟、水谷晃三、永井正武(2005). ユークリッド距離による灰色関連測度の提案, *IPSJ SIG Technical Report*. FI78, DD49, 9-16.

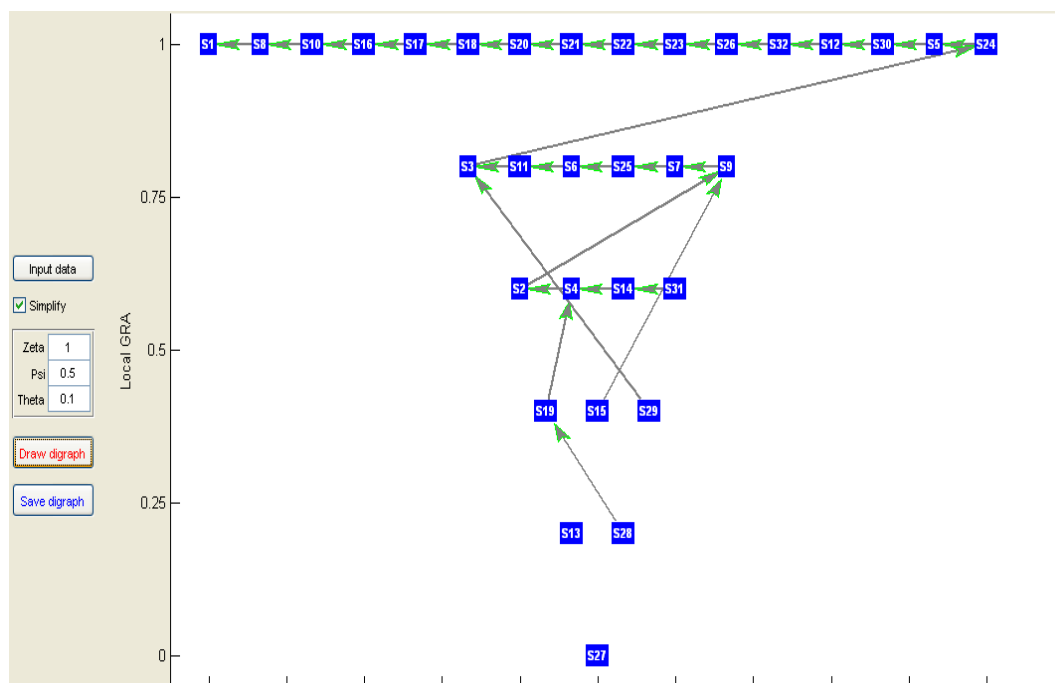
附件一



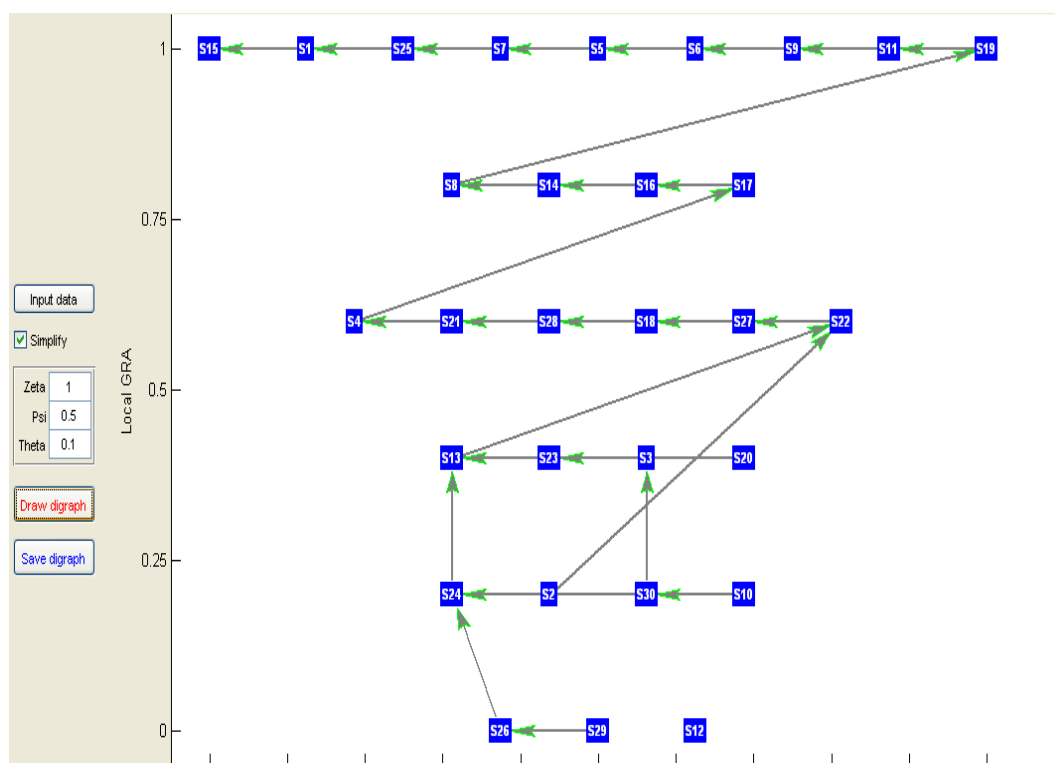
圖十四 測驗卷出題範圍 ISM

附件二

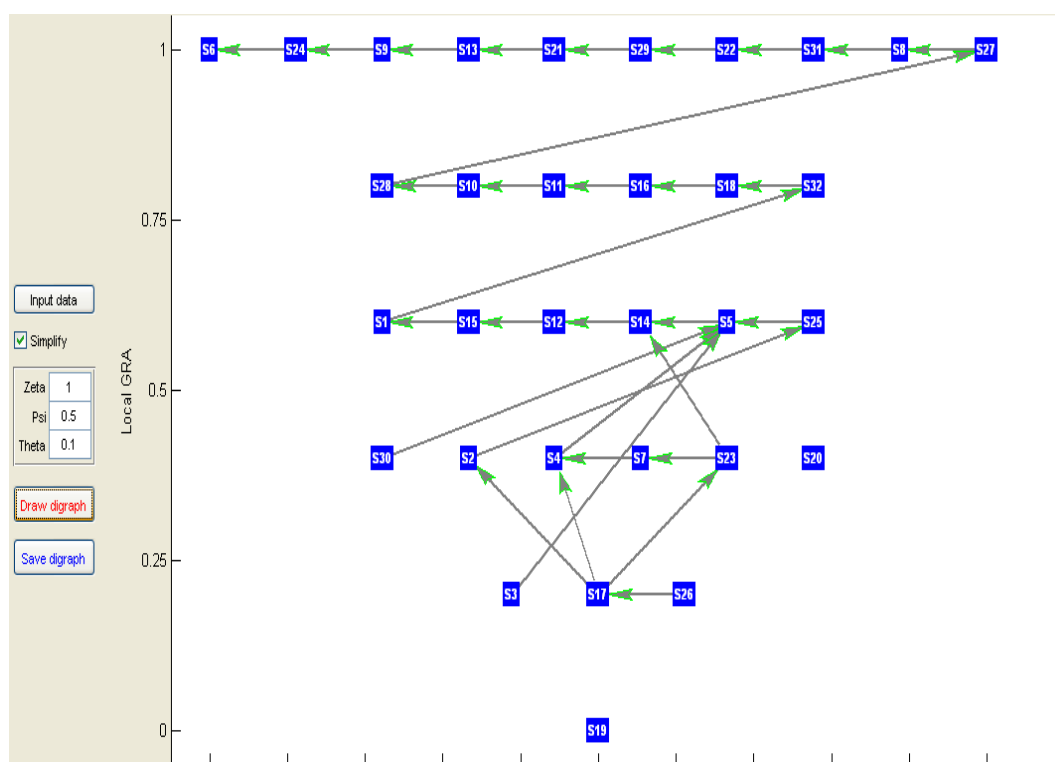
GSM-受試者/簡式



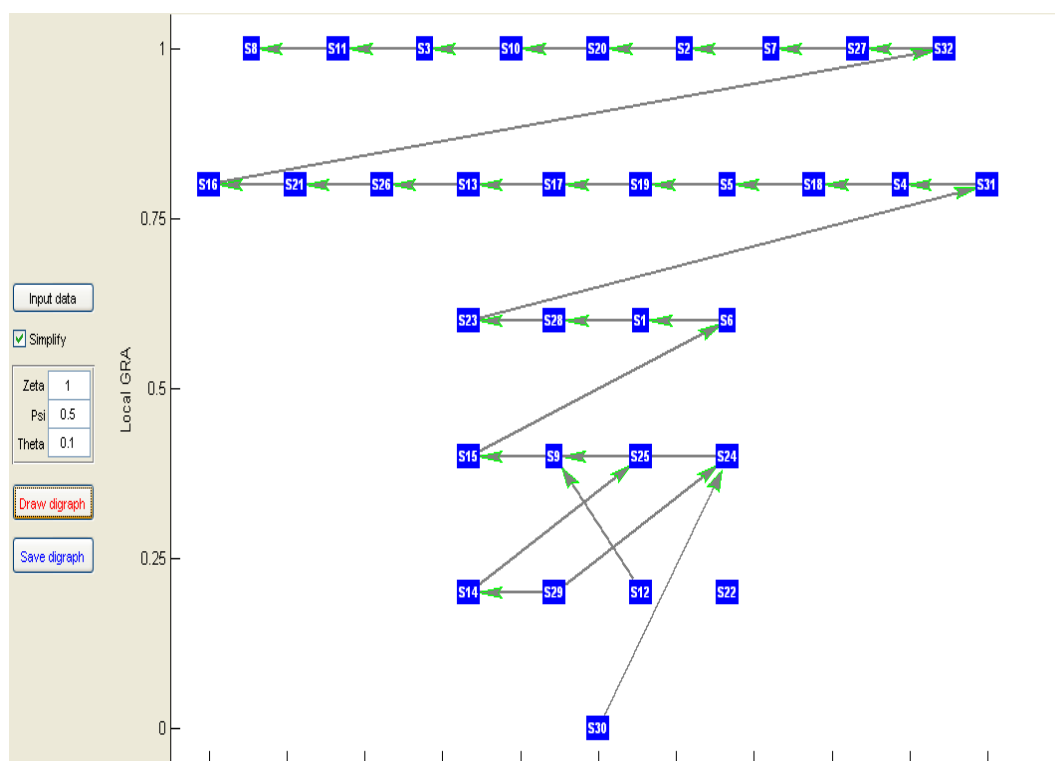
圖十五 甲班 GSM-S/簡式 ( $\psi = 0.5$ )



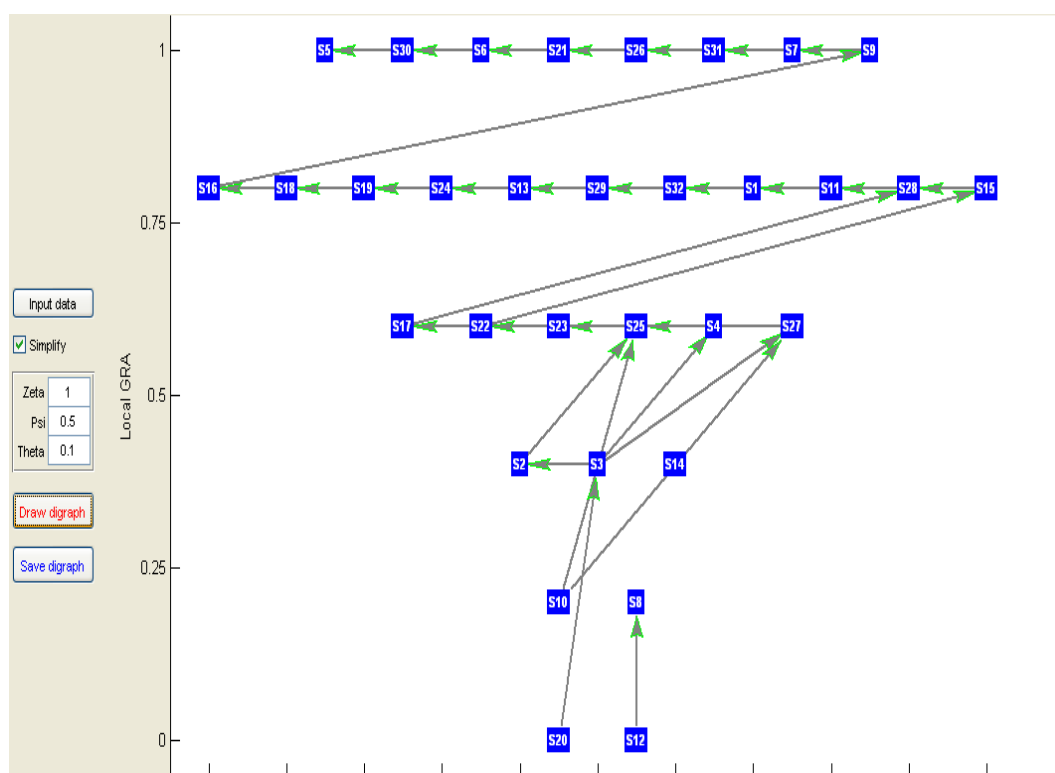
圖十六 乙班 GSM-S/簡式 ( $\psi = 0.5$ )



圖十七 丙班 GSM-S/簡式 ( $\psi = 0.5$ )



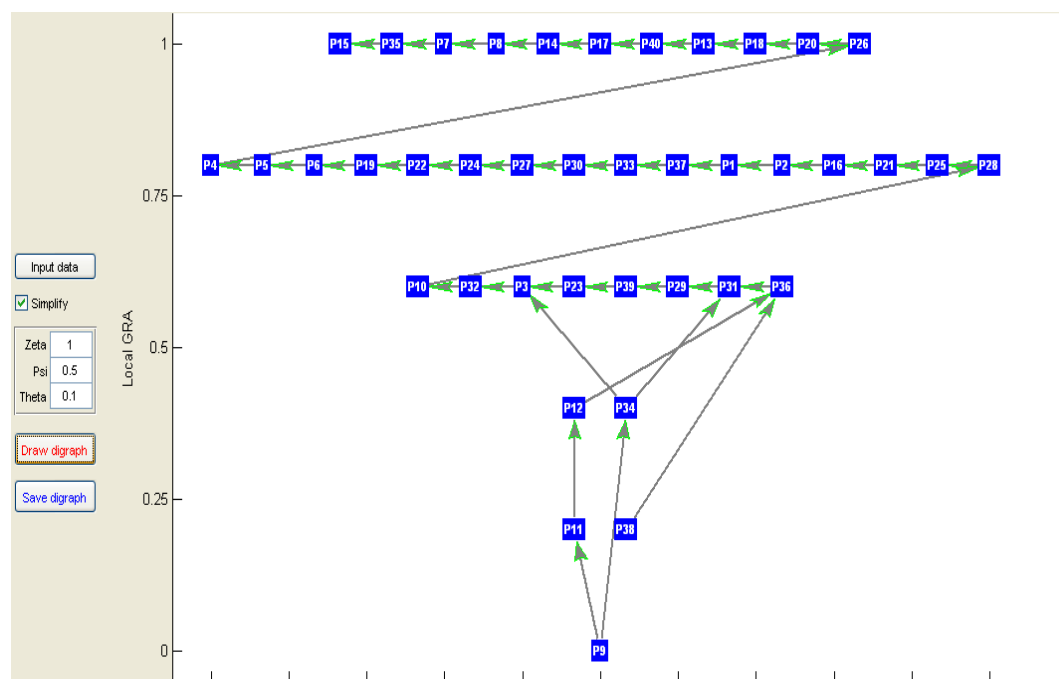
圖十八 丁班 GSM-S/簡式 ( $\psi = 0.5$ )



圖十九 戊班 GSM-S/簡式 ( $\psi = 0.5$ )

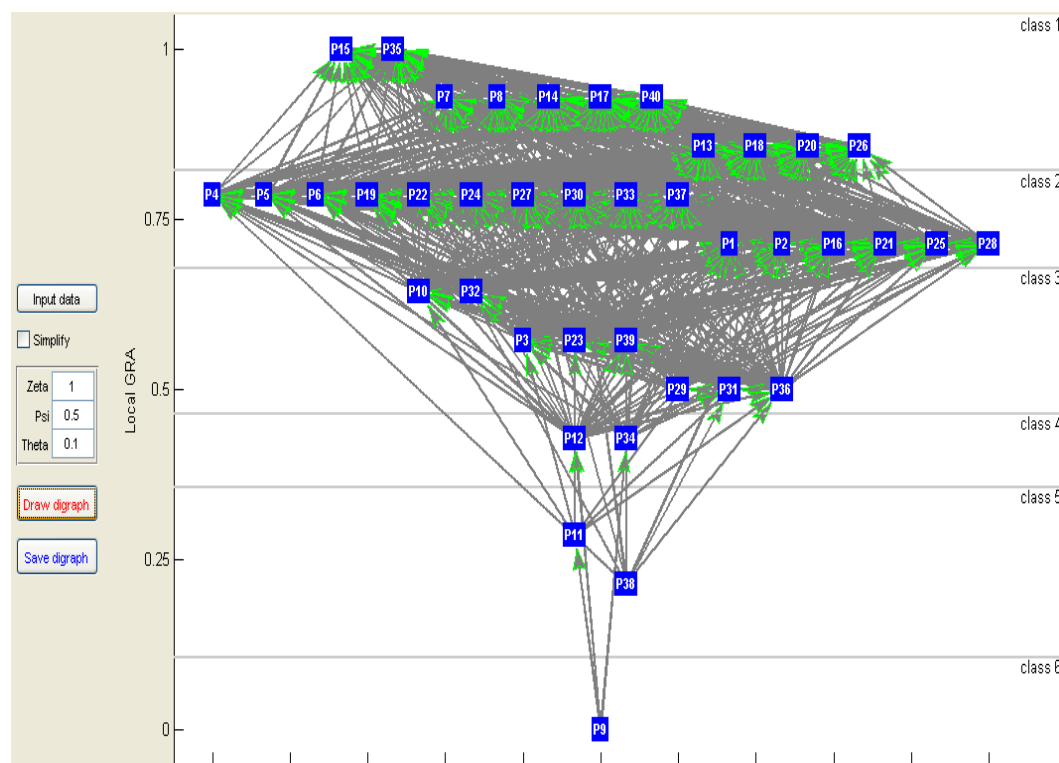
### 附件三

#### GSM-試題/簡式

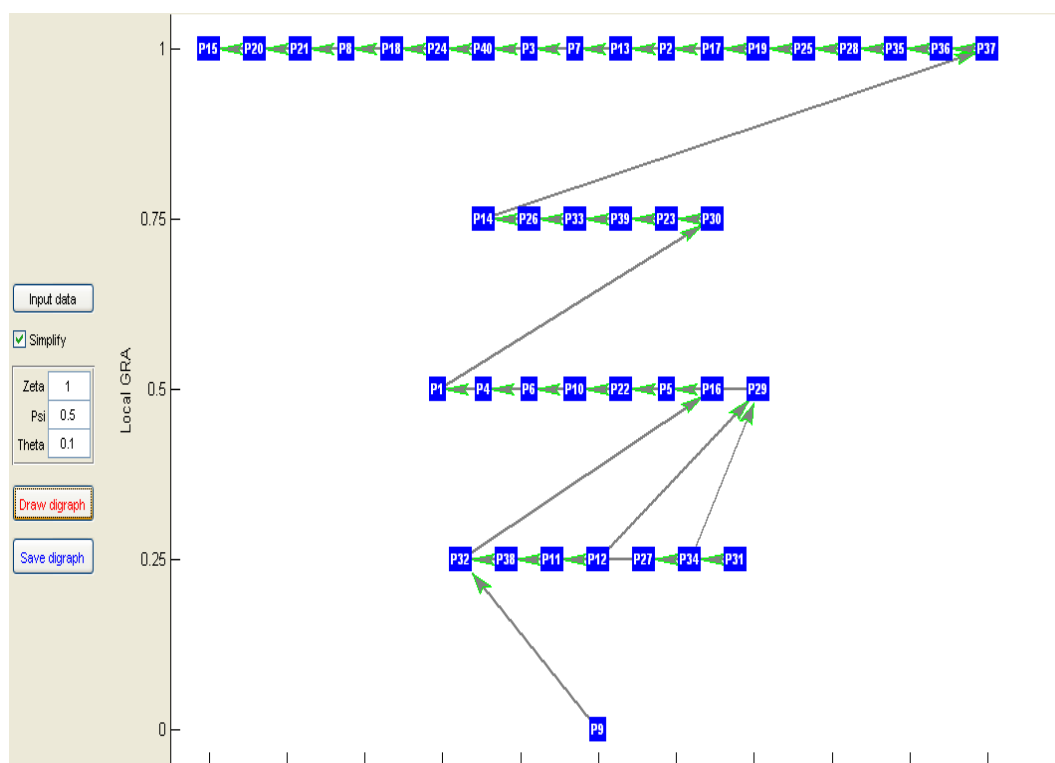


圖二十-1 甲班 GSM-P/簡式 ( $\psi = 0.5$ )

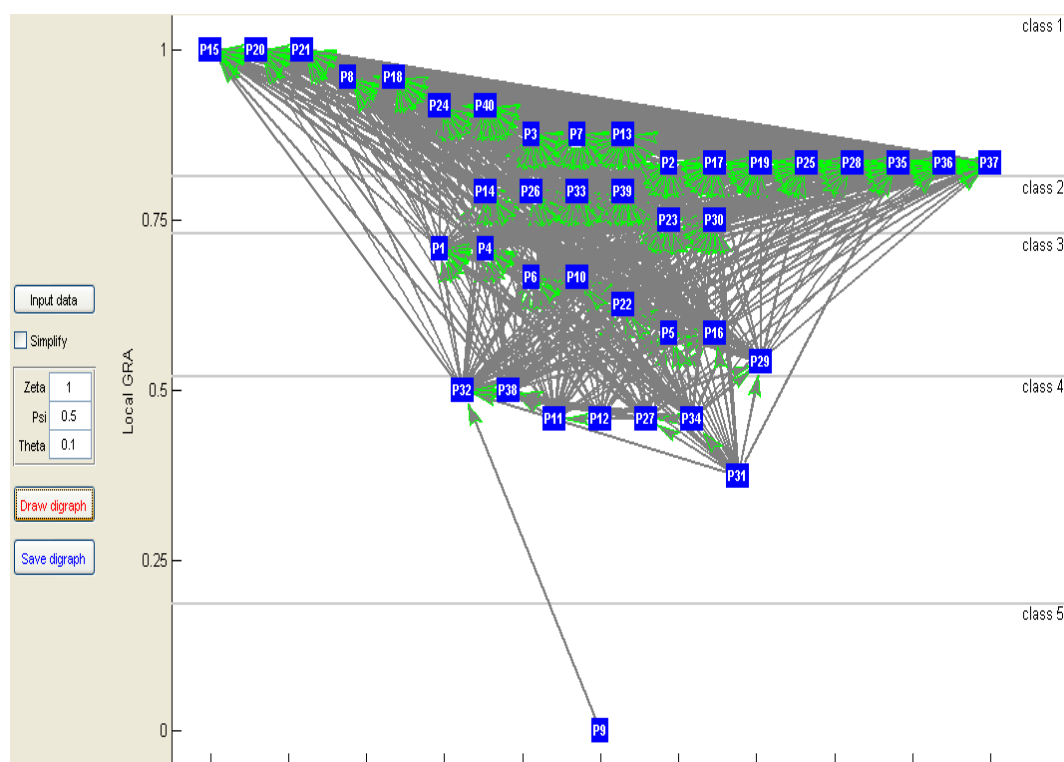
#### GSM-P/複雜式



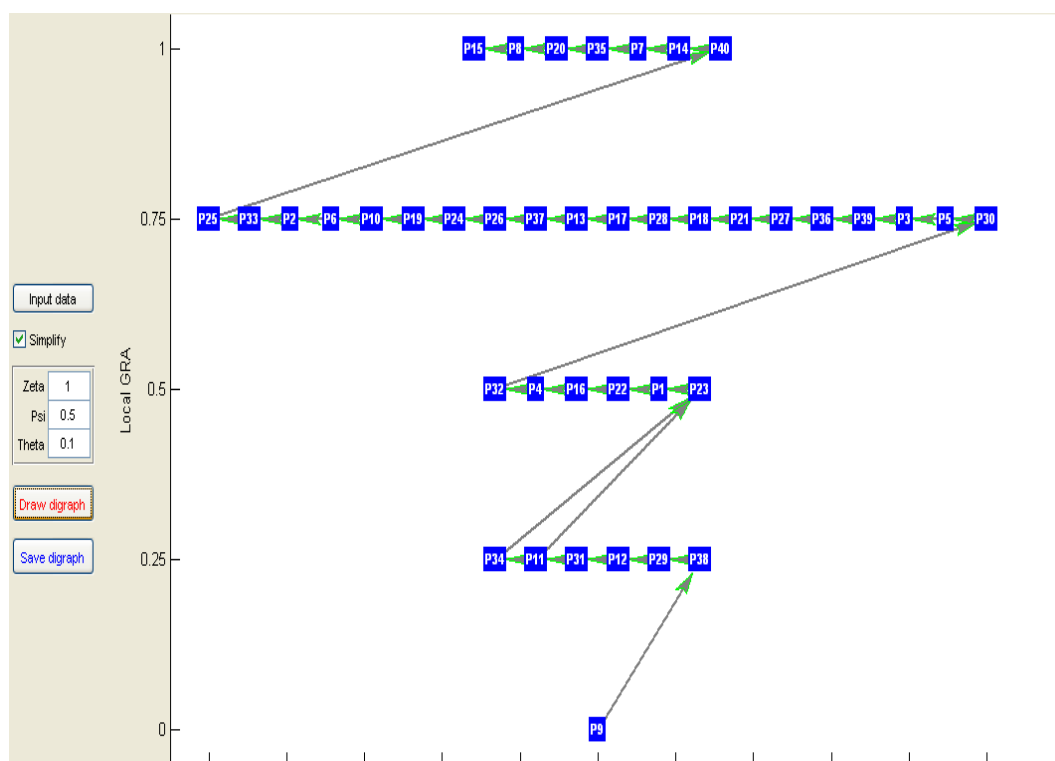
圖二十-2 甲班 GSM-P/複雜式 ( $\psi = 0.5$ )



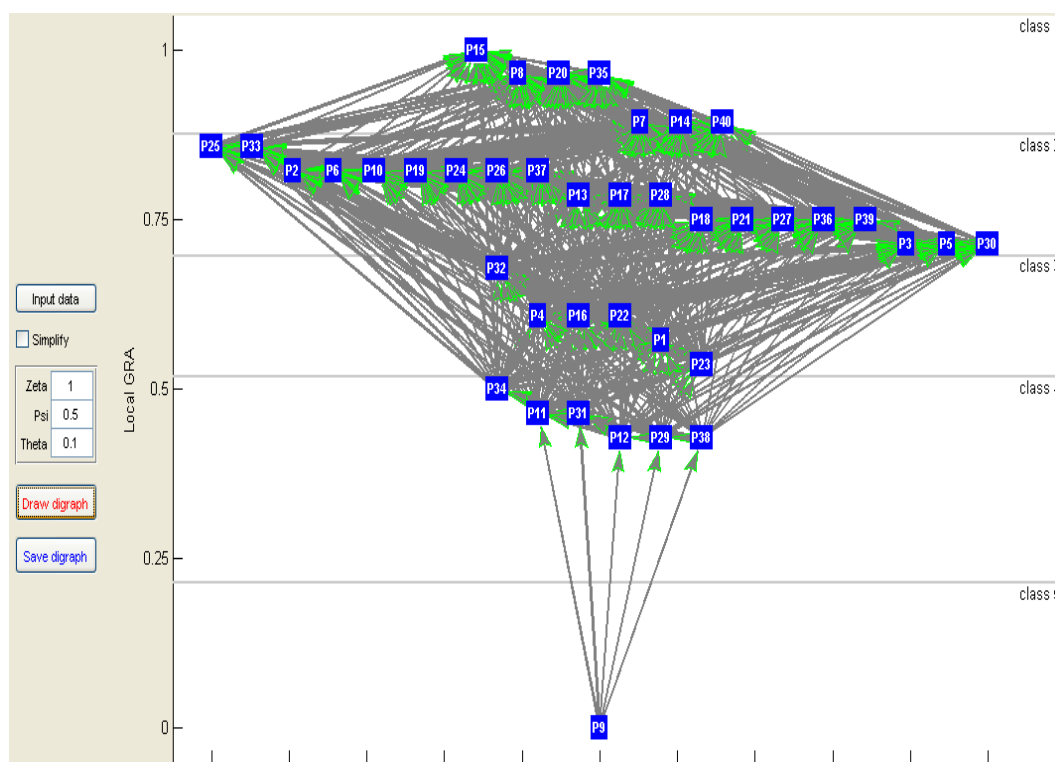
圖二十一-1 乙班 GSM-P/簡式( $\psi = 0.5$ )



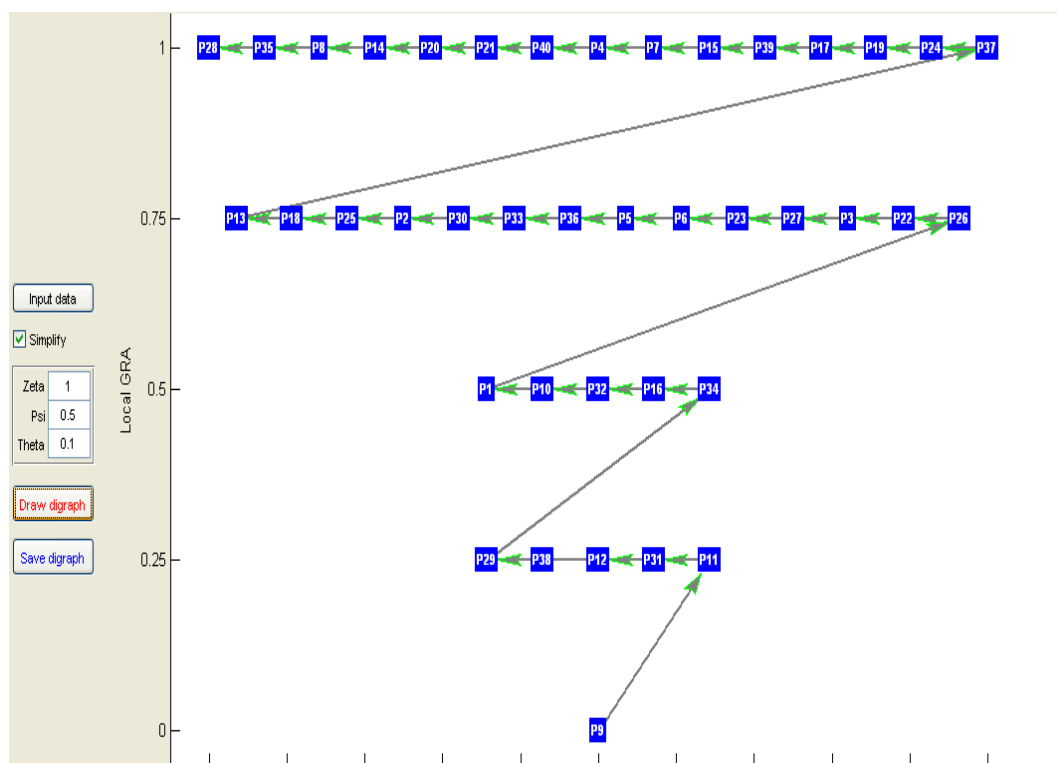
圖二十一-2 乙班 GSM-P/複雜式( $\psi = 0.5$ )



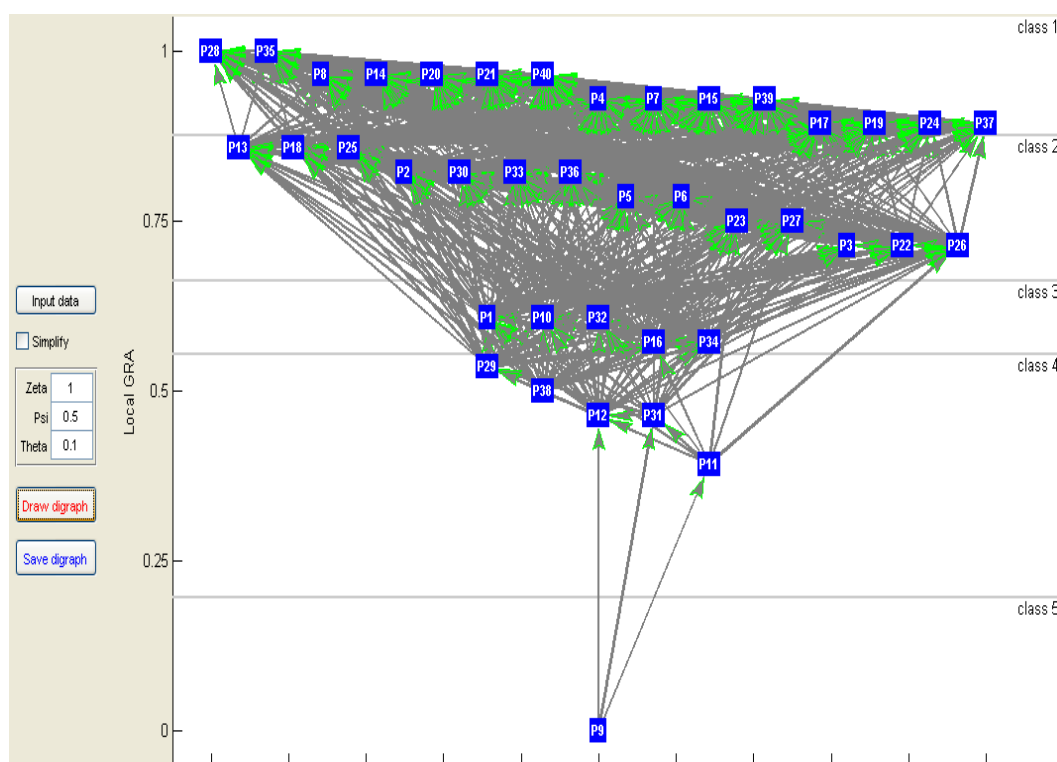
圖二十二-1 丙班 GSM-P/簡式 ( $\psi = 0.5$ )



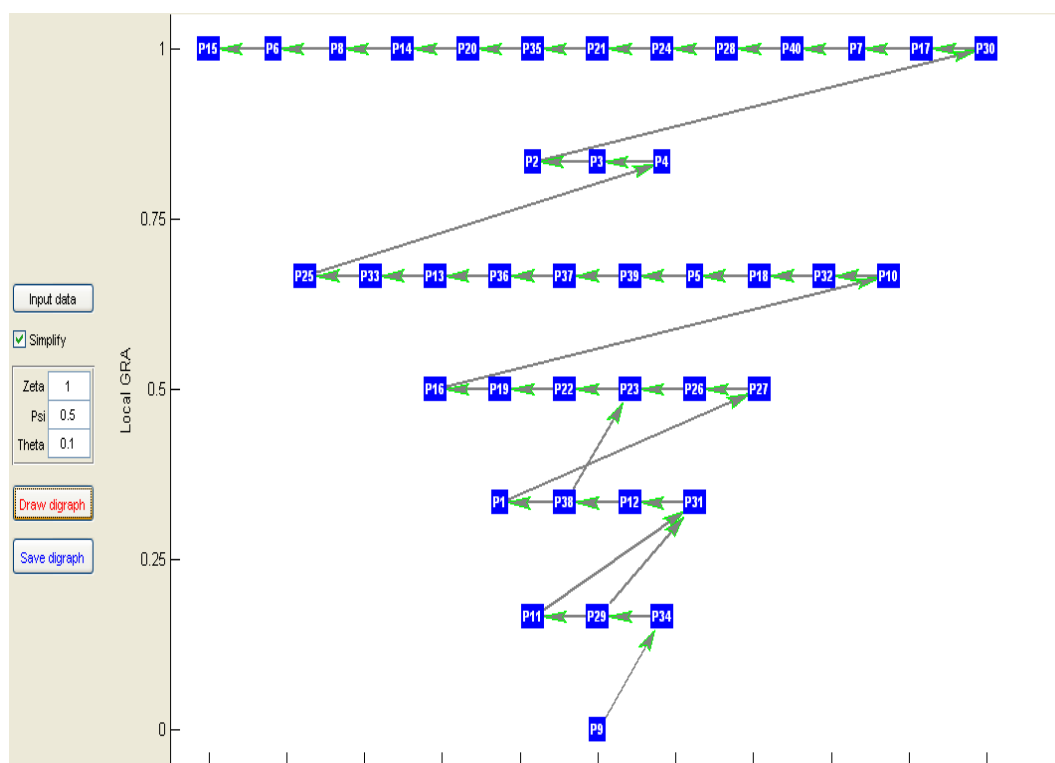
圖二十二-2 丙班 GSM-P/複雜式 ( $\psi = 0.5$ )



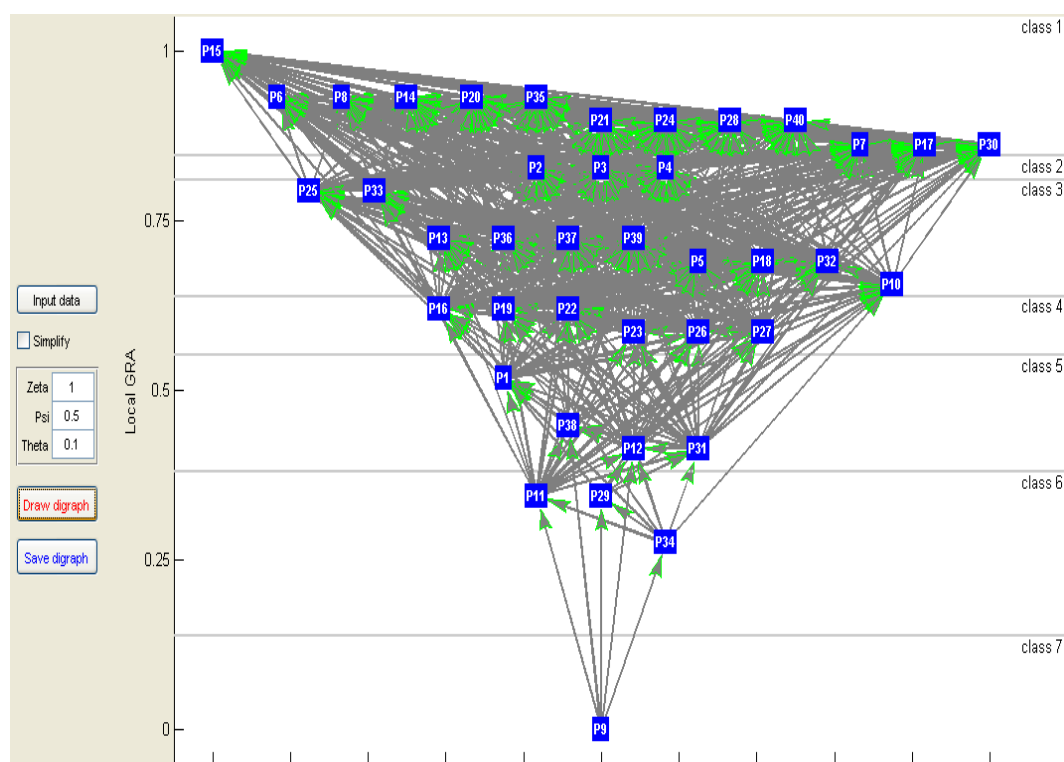
圖二十三-1 丁班 GSM-P/簡式( $\psi = 0.5$ )



圖二十三-2 丁班 GSM-P/複雜式( $\psi = 0.5$ )



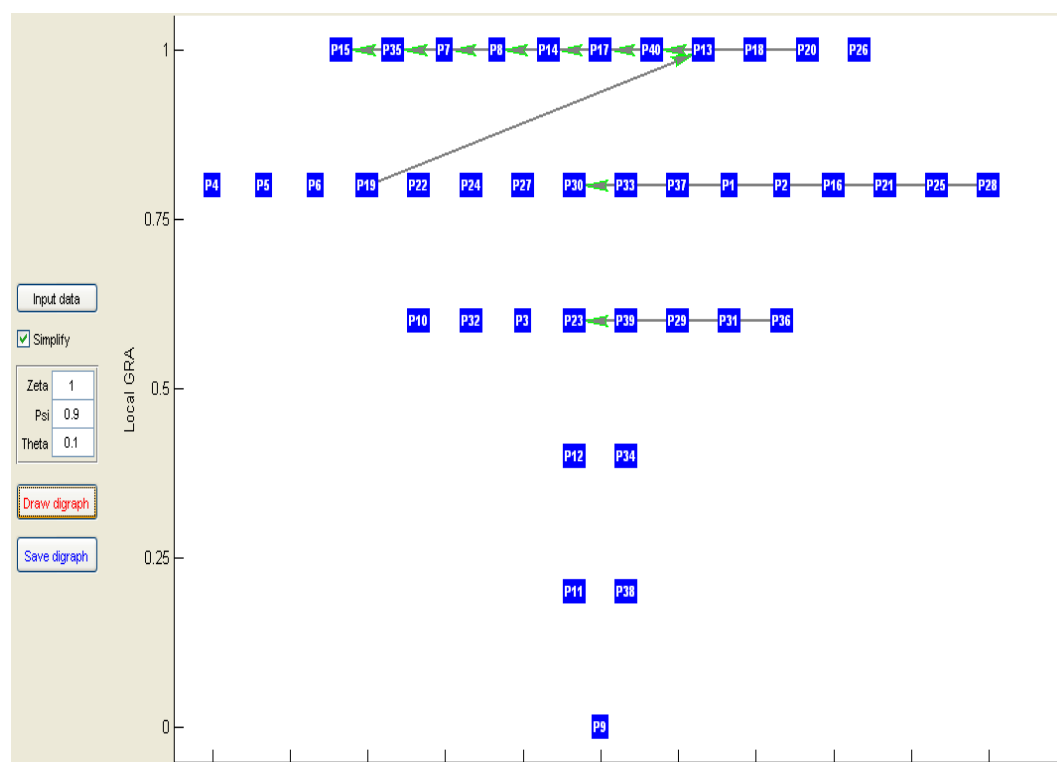
圖二十四-1 戊班 GSM-P/簡式( $\psi = 0.5$ )



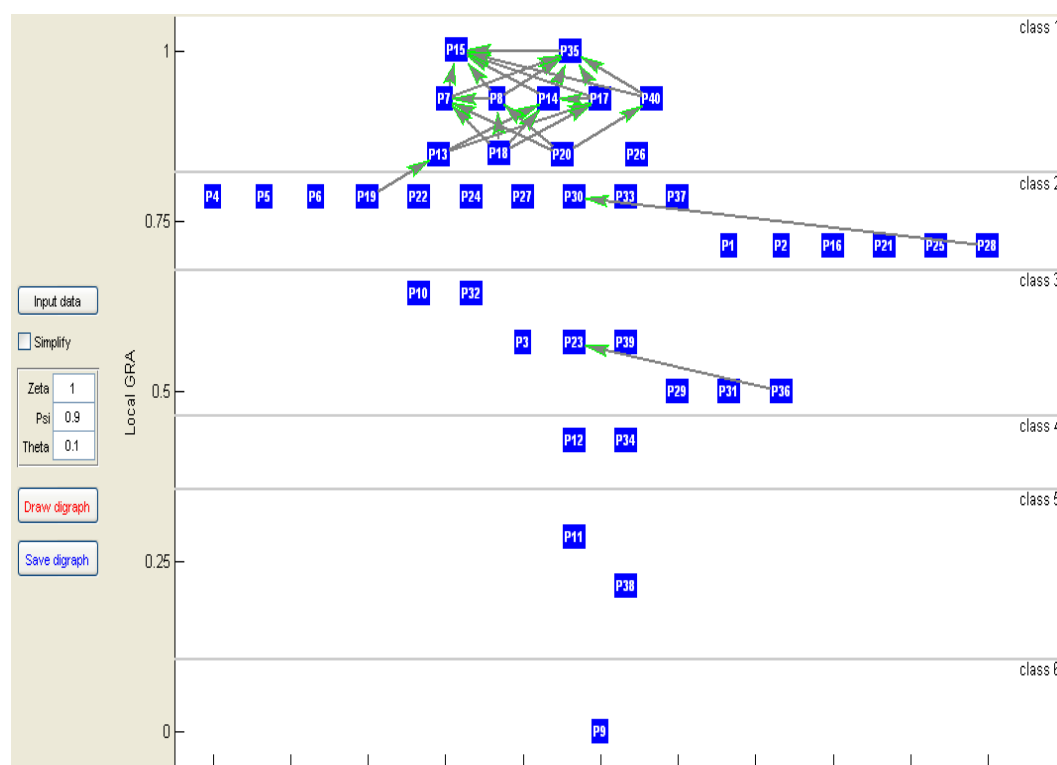
圖二十四-2 戊班 GSM-P/複雜式( $\psi = 0.5$ )

附件四

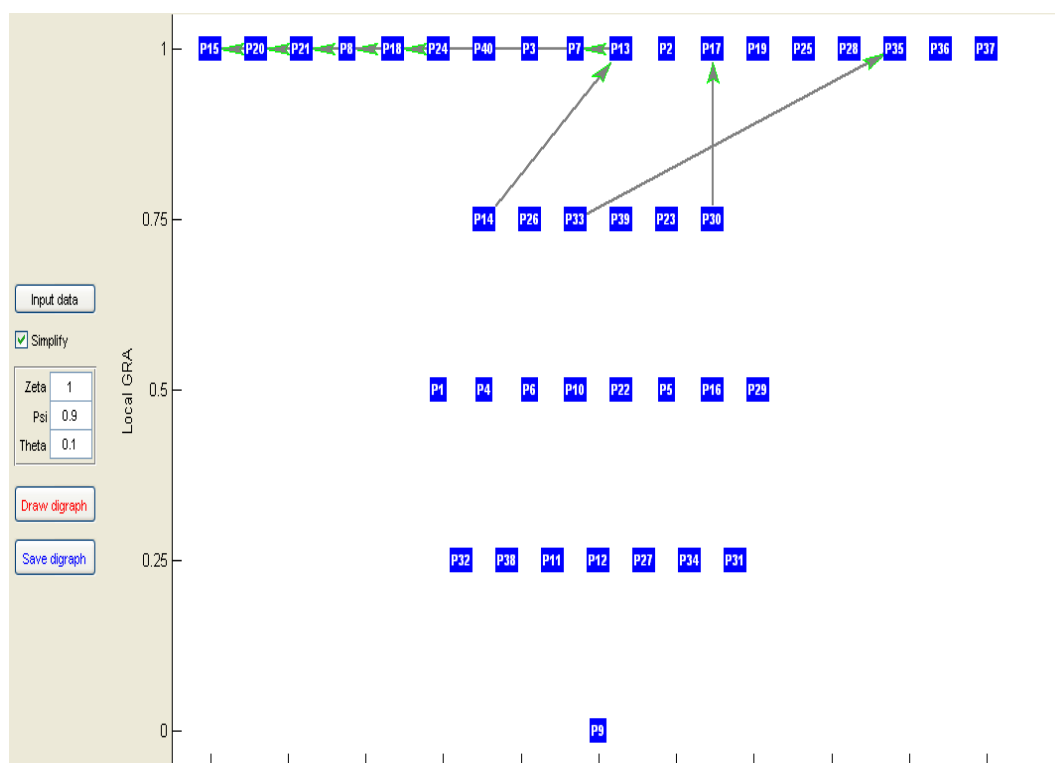
GSM-P/繁簡式



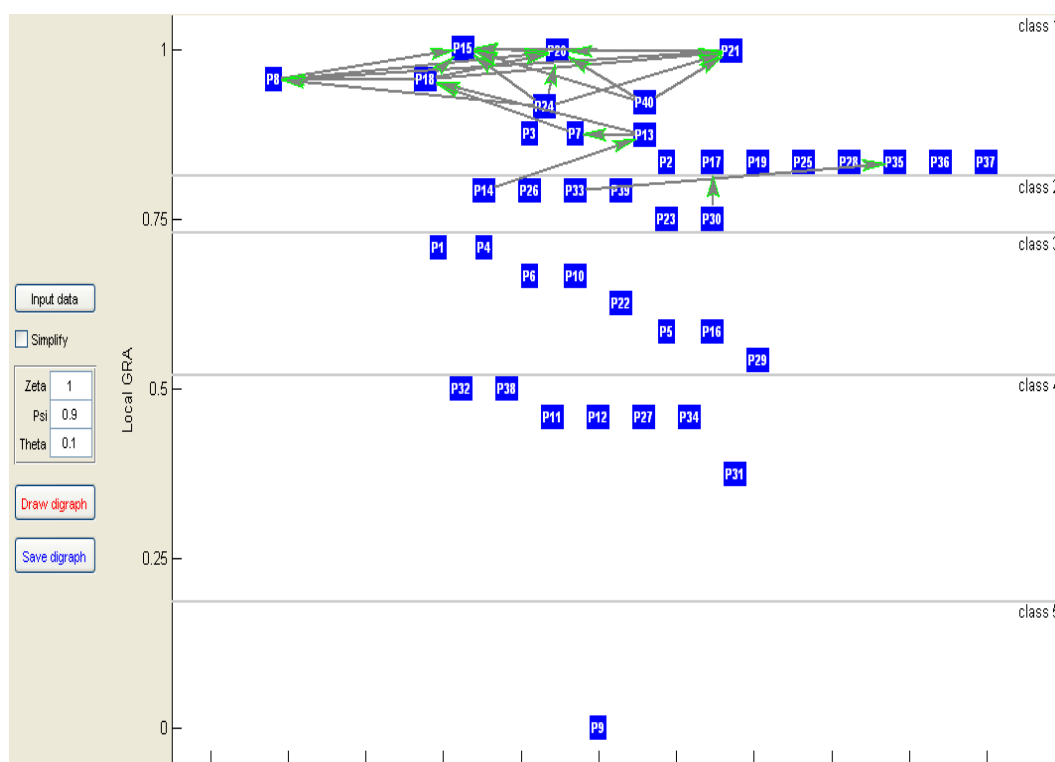
圖二十五-1 甲班 GSM-P/簡式 ( $\psi = 0.9$ )



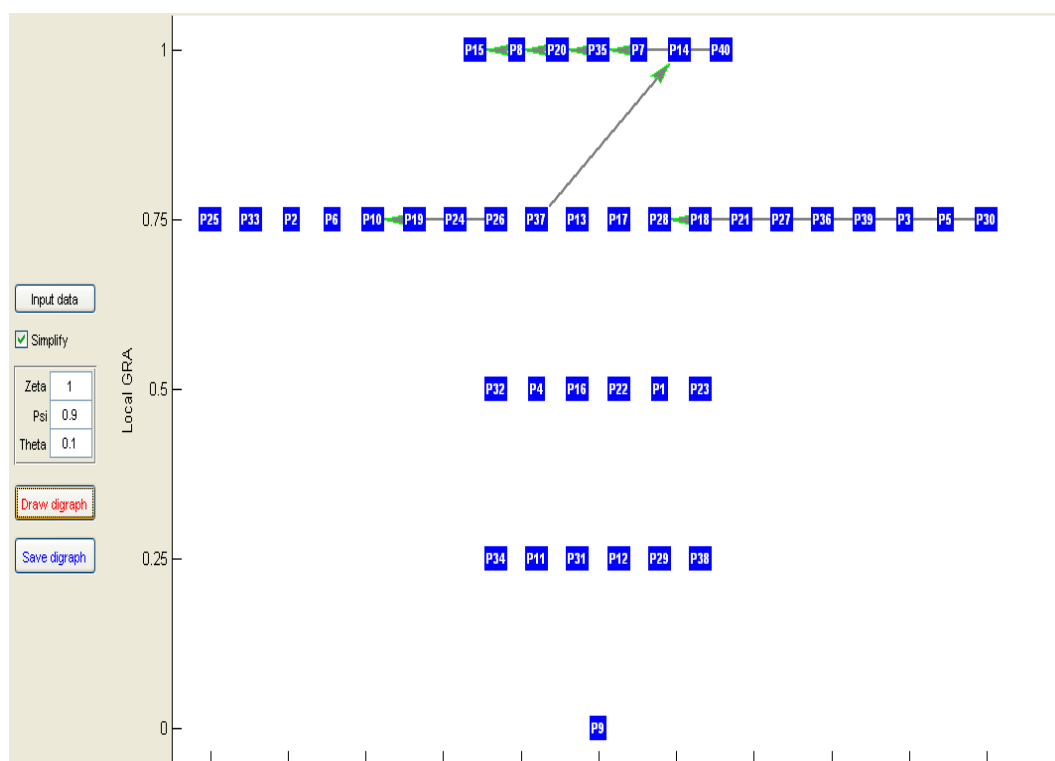
圖二十五-2 甲班 GSM-P/複雜式 ( $\psi = 0.9$ )



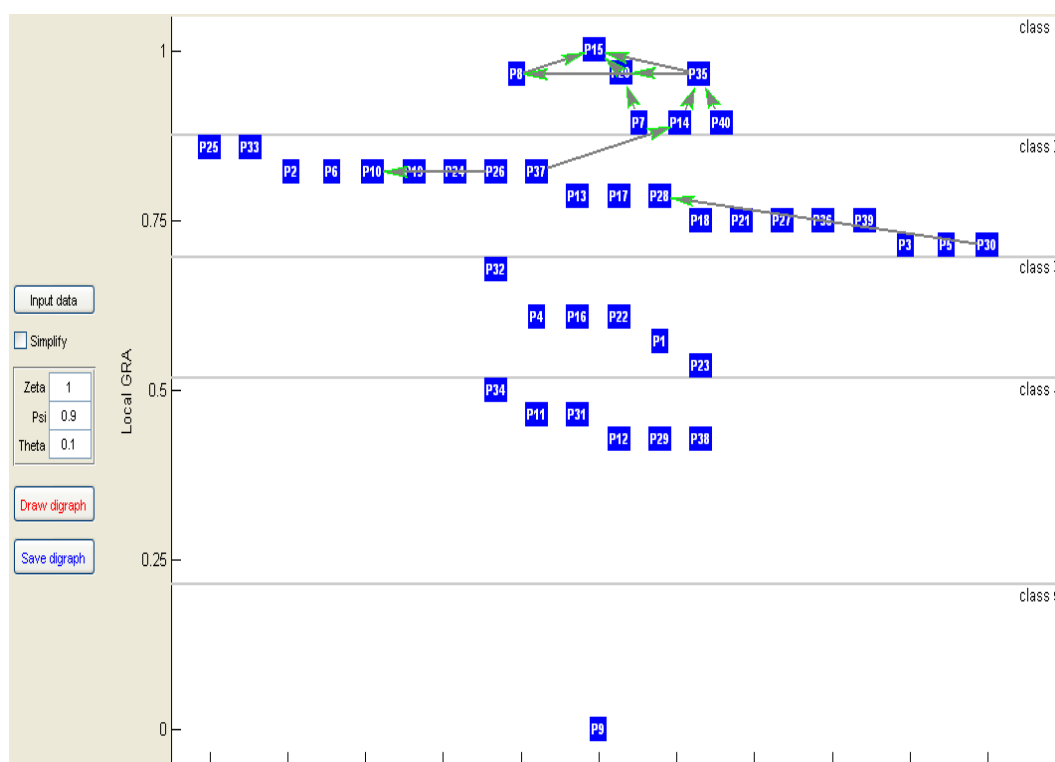
圖二十六-1 乙班 GSM-P/簡式 ( $\psi = 0.9$ )



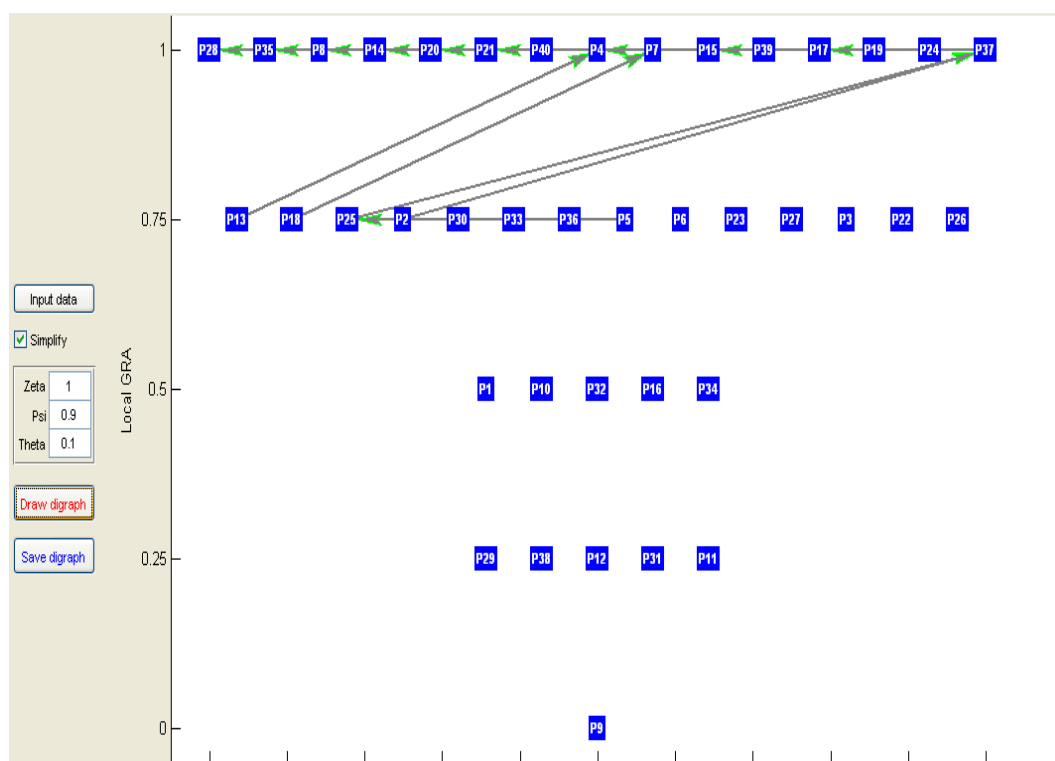
圖二十六-2 乙班 GSM-P/複雜式 ( $\psi = 0.9$ )



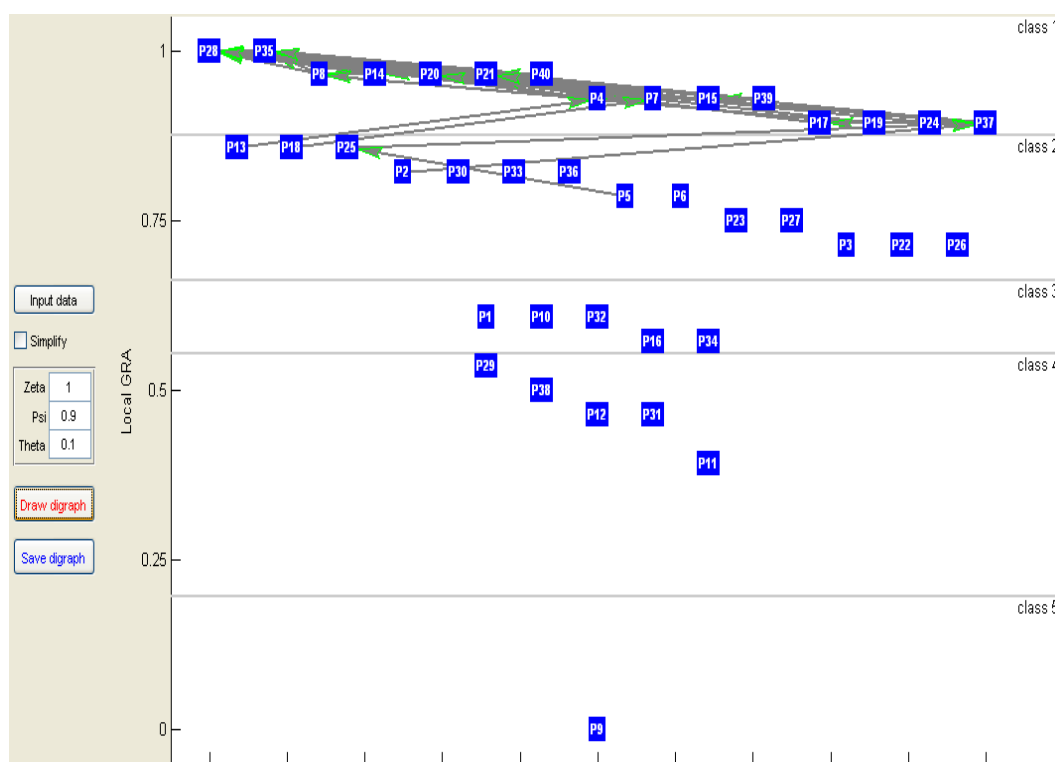
圖二十七-1 丙班 GSM-P/簡式 ( $\psi = 0.9$ )



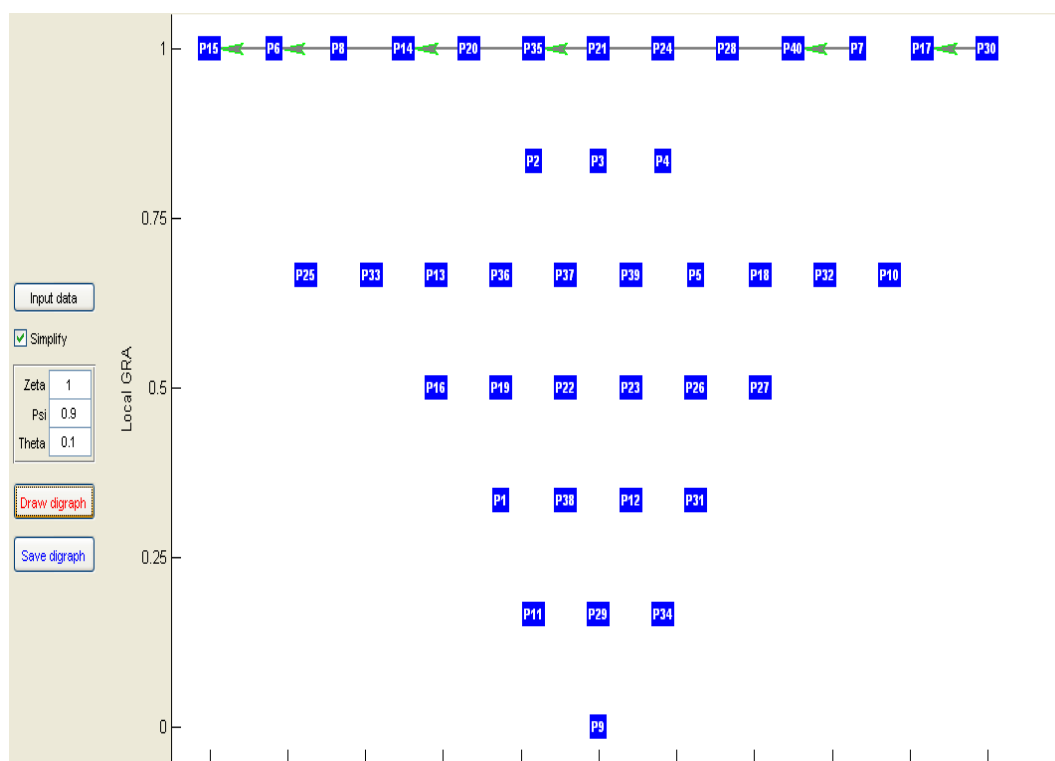
圖二十七-2 丙班 GSM-P/複雜式 ( $\psi = 0.9$ )



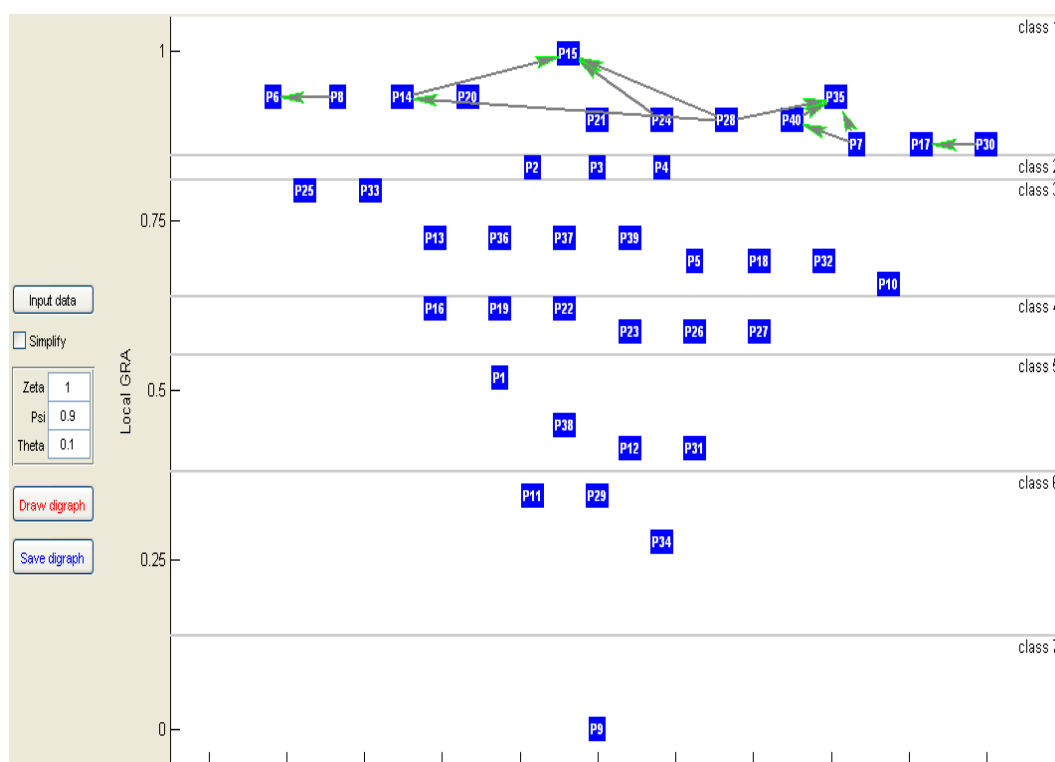
圖二十八-1 丁班 GSM-P/簡式( $\psi = 0.9$ )



圖二十八-2 丁班 GSM-P/複雜式( $\psi = 0.9$ )



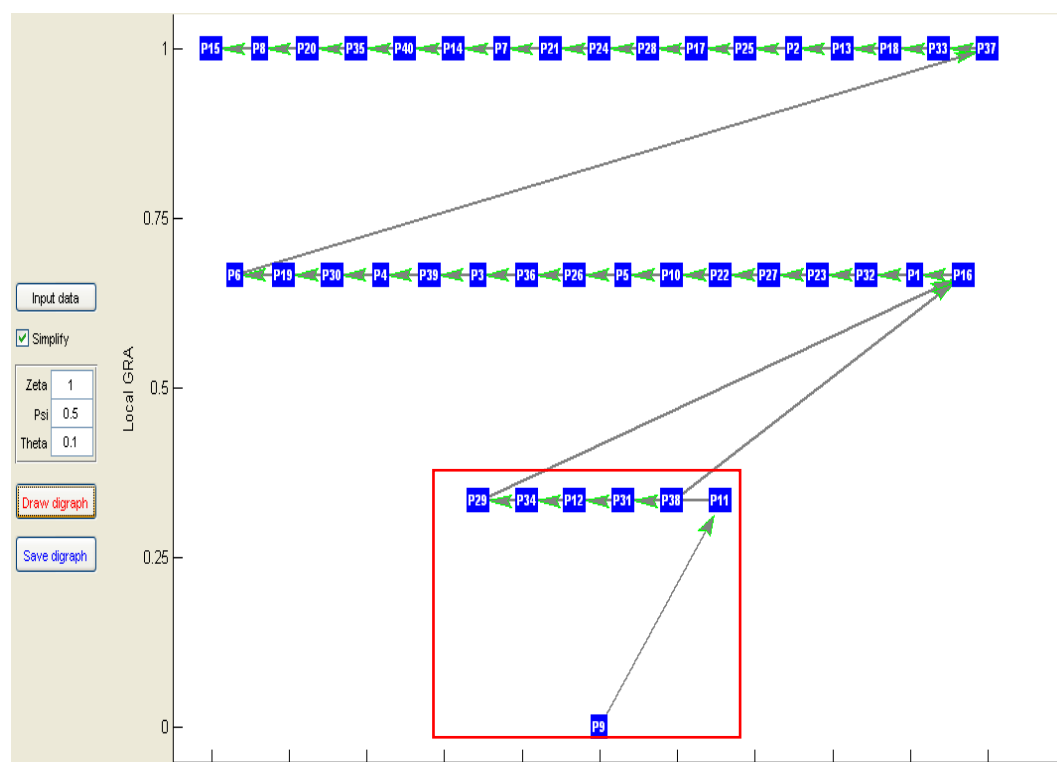
圖二十九-1 戊班 GSM-P/簡式( $\psi = 0.9$ )



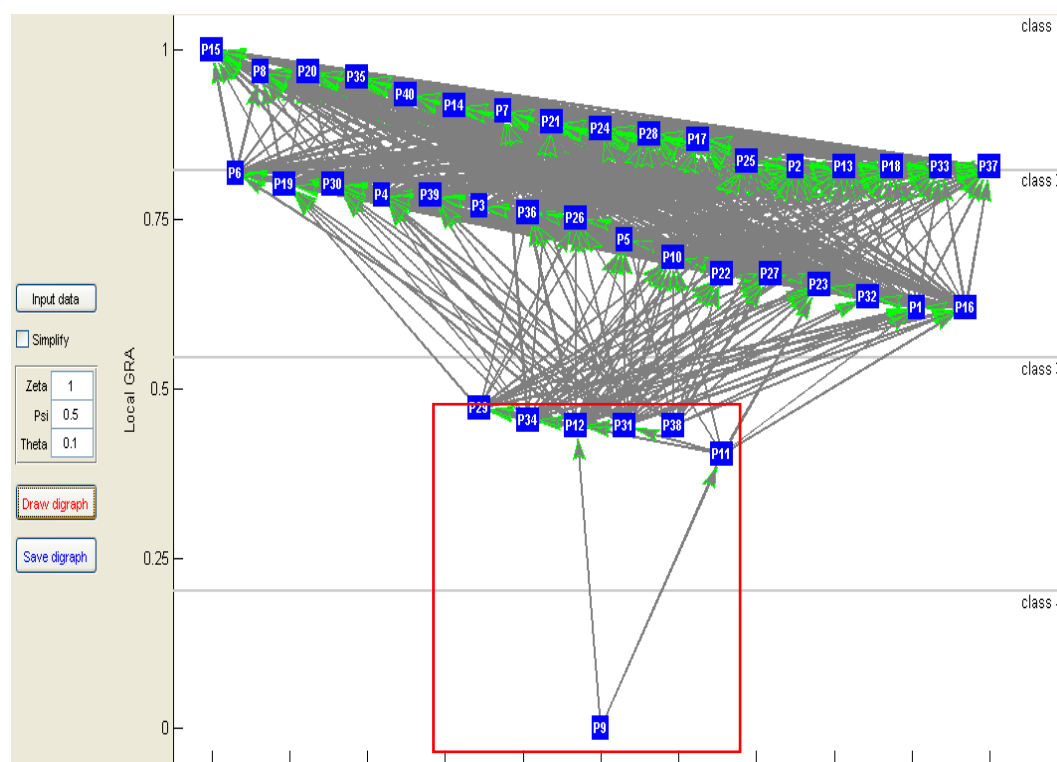
圖二十九-2 戊班 GSM-P/複雜式( $\psi = 0.9$ )

附件五

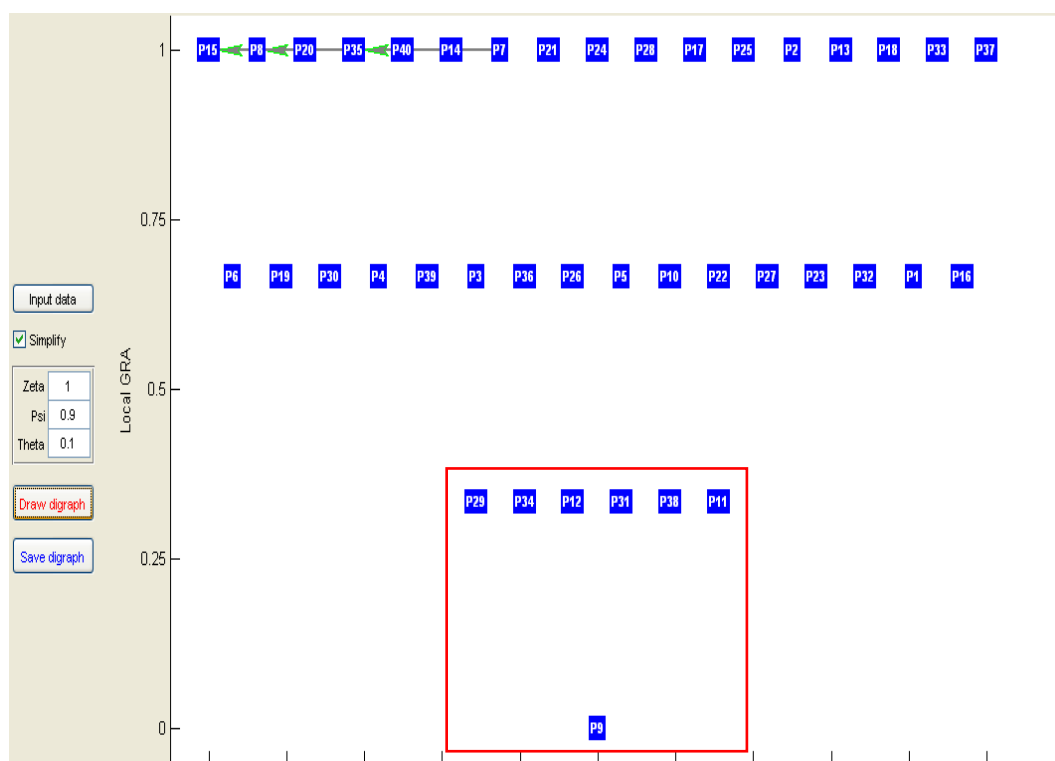
五班 GSM-P/繁簡式



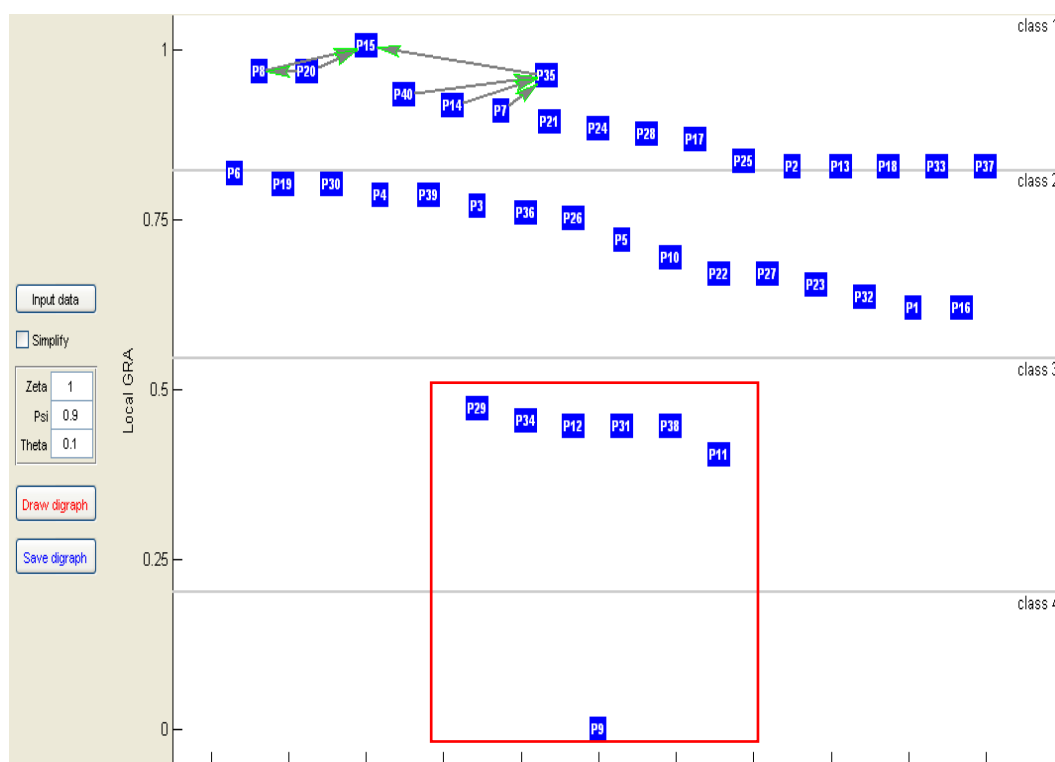
圖三十-1 五班 GSM-P/簡式( $\psi = 0.5$ )



圖三十-2 五班 GSM-P/複雜式 $\psi = 0.5$



圖三十一-1 五班 GSM-P/簡式 ( $\psi = 0.9$ )



圖三十一-2 五班 GSM-P/複雜式 ( $\psi = 0.9$ )