

次序型選擇題在國小四年級與六年級 面積概念發展評量編制

陳緯誠¹ 施淑娟²

摘要

本研究旨在以次序型選擇題編製能有效測量學生面積概念發展層次之評量工具，且使用有序分區模型來評估測驗的品質，並應用此題型來偵測四年級與六年級學生面積概念發展情形。

研究結果顯示：以 Cronbach α 係數計算測驗題目內部一致性，在對錯計分與部分計分之測驗信度中，以部分計分之測驗信度較好，其值為 0.833，顯示本測驗具有良好之信度。驗證性因素分析結果中顯示，四因素模型之模式適配度較二階四因素模型及二因素模型佳。本研究之試題難度介於 0.332~0.842 之間，平均難度為 0.571，顯示本測驗難度對四年級及六年級學生來說是適中。而鑑別度介於 0.281~0.746 之間，平均鑑別度為 0.503，顯示本測驗鑑別度對四年級及六年級學生來說是優良。四年級與六年級的學生不論在面積保留概念、面積測量概念-疊製法、面積測量概念-單位測量法、面積測量概念-直線測量法均有顯著差異。

關鍵詞：次序型選擇題、有序分區模型、面積概念發展

¹陳緯誠，國立臺中教育大學教育測驗統計研究所、國立臺灣師範大學教育心理與輔導學系

²施淑娟，國立臺中教育大學教育測驗統計研究所

通訊作者：陳緯誠；Email: albert30201@hotmail.com

地址：10610 台北市大安區和平東路一段 162 號

A development of area concepts test on ordered multiple choice items for fourth and sixth graders

Wei-Cheng Chen¹ Shu-Chuan Shih²

Abstract

This study aims to design a valid assessment tool with ordered multiple-choice items. We used an order partition model to assess test quality, and then applied this model to investigate the development of area conceptualization among fourth and sixth grade students.

The results are as follows: Comparing the reliability of binary scoring test with that of polytomous scoring test, the Cronbach α coefficient indicates higher internal consistency reliability (0.833) on polytomous scoring. Also, the confirmatory factor analysis shows that the model-fit of the items designed in the study four-factor model is better than the two-level four-factor and two-factor model. The difficulty level of ranges from 0.332 to 0.842 (mean=0.571), indicating that this test is at moderate level for the fourth graders and sixth graders. The discrimination level of the items ranges from 0.281 to 0.746 (mean=0.503), suggesting the great discrimination for the fourth-grade and sixth-grade students. Comparing the four sub-concepts of area conceptualization, the concepts of the area conservation, the area stack method, unit area measurement and linear area measurement all showed significant developmental differences between the fourth-grade and sixth-grade students.

Keywords: ordered multiple choice items, order partition model, the development of area concepts

1. Wei-Cheng Chen, Graduate Institute of Educational Measurement and Statistics, National Taichung University of Education

Department of Educational Psychology and Counseling, National Taiwan Normal University

2. Shu-Chuan Shih, Graduate Institute of Educational Measurement and Statistics, NTCU

Corresponding Author: Wei-Cheng Chen ; Email: albert30201@hotmail.com

Address: 162, He-ping East Road, Section 1, Taipei 10610, Taiwan

壹、緒論

一、研究動機

先前有關面積概念的評量，所採用的題型通常為選擇題或二階段試題。但選擇題容易猜題、無法測量問題解決、組織或表達思想的能力，容易流於測量知識的記憶等等；而二階段試題則是因為在第二階的試題選項如果沒有控制好，很容易與第一階段的試題選項產生相衝突或不一致，造成前後矛盾。也因為上述原因，本研究採用Briggs、Alonzo、Schwab與Wilson（2006）開發的一種新式題型，這種題型稱為次序型選擇題（ordered multiple choice items，簡稱OMC）。此題型剛好介於傳統選擇題及二階段試題之間，既有傳統選擇題的方便性及優點也保有二階段試題的優點，可以直接透過選項看到學生的發展階層，因為每個選項的背後都代表著一個層級，且經由學生在選擇選項時來診斷學生的能力是屬於哪一個層級。基於此，本研究嘗試將此題型用於測量國小學童面積概念發展，並搭配有序分區模型，藉此探討四年級與六年級學生在面積概念發展情形，以提供課程編製者及教學者參考。

目前，OMC試題多使用於自然科或是文學的科目，像是Briggs與Alonzo（2009）；Lin、Chu與Meng（2010）；Briggs、Alonzo、Schwab與Wilson（2006）等等，尚未應用於數學科。再者，目前國外分析OMC試題中並沒有使用特定模式來做分析，本研究之所以使用有序分區模型，是基於有序分區模型可以將多個類別選項對應到同一個分數或層級，非常符合OMC這種可測量發展階層的試題，且OMC如果搭配有序分區模型時，則可以根據學生的能力及答對率來繪製試題特徵曲線。基於上述原因，所以本研究使用有序分區模型來分析OMC試題。

二、研究目的

基於上述研究動機，本研究欲探討的目的陳列如下：

- （一）次序型選擇題之信度、效度分析。
- （二）次序型選擇題之難度、鑑別度、試題難度參數。
- （三）次序型選擇題之學生表現。

貳、文獻探討

一、面積概念發展的內涵

本節主要敘述面積概念的相關發展，作者從面積的定義、面積保留概念、面積測量概念的順序來探討。根據教育部於2009年發佈的國民中小學九年一貫數學課程綱要(教育部, 2011),「面積幾何」發展概念在國小內容甚廣,所涵蓋的幾何單元分別有面積的大小、平面圖形與立體圖形、周界和周長、面積和周長、圓形、三角形、四邊形、多邊形、平行四邊形與三角形面積、梯形面積應用、圓面積和圓周率、扇形面積等等,而在這幾個單元中,也說明了面積幾何發展概念的關聯性。學生在這些單元學習到什麼程度,又是否可以連接到下一單元,對於教學者而言,若能獲得這些訊息,將有助於教師採取更適當的教學處方,以提高學生在面積概念的學習成效。

(一) 面積的定義

面積是「一個用作表示一個曲面或平面圖形所佔範圍的量」(維基百科, 2013)。面積是「一條固定長度的線段或曲線,所掃出來的封閉區域,它可以對應到一個連續量,這個量就是面積」(陳鉅逸, 1996)。由上述定義推論得知,面積就是一個封閉的平面圖形。所以本研究定義,一個圖形的面積就是一個封閉的平面圖形,它的封閉區域就是這一個圖形的面積。文獻發現(高敬文, 1989;王勝弘, 2002;王選發, 2002;許嵐婷、劉好, 2003;陳光勳、譚寧君, 2001;陳建誠, 1998;陳雪華, 2002;陳鉅逸, 1996;楊美惠, 2002;戴政吉, 2001;譚寧君, 1998;蘇琬淳, 2004;Baturro & Nason, 1996; Tierney, Boyd, & Davis, 1990; Zacharos, 2006)學童對於面積概念因為直覺失當會產生「面積迷思概念」。面積迷思概念多數均為教學實務上的探討(譚寧君、黃珣懿, 2009)。

(二) 面積保留概念

面積保留概念,是指物體在面對置換(transformation)的過程中,如果有遇到方向的轉動、形狀的切割變形或者是位置的移動等等活動,依然可以讓物體保持原有的特質且保留不變的認知能力。換言之,保留概念是指物體的大小不因方向、位置的改變而改變(譚寧君, 1998)。面積的保留概念又可包含兩個階段,分別是基本面積保留概念、面積互補保留概念。

(三) 面積測量概念

面積測量概念它還包含遞移性或分解、合成性,面積的測量概念並不是只有計算而以, Piaget、Inhelder與Szeminska (1960).認為面積保留是面積測量的先備條件,當面積保留能夠銜接到互補面積保留時,才可以進行真正的測量,一般孩童可以真正使用測量工具大約發生在孩童7歲半時。譚寧君(1995)認為面積測量概念即在探索封閉範圍內的覆蓋情形,可分為三個不同的層次:

1. 基本面積概念

基本的面積概念是指在給定的基本單位格內,一般來說都是整數格,平面面積裡,點數的個數。當圖形為整數格子時且無切割,學生計算面積大小時較不易出錯且較容易計算。反之,如果圖形為非整數格子時,亦即部分圖形有切割且非完整的,學生則計算

面積大小時較不易計算且容易出錯。

2. 單位面積概念

此概念即透過各種不同單位量的拼湊或覆蓋來進行面積的測量，單位量就是指單位的大小，學生所選擇的單位量會影響到要測量的平面面積的單位個數，當單位量越大時則它的單位個數就越少。反之，當單位量越小時，它的單位個數就越多。

3. 直線測量面積概念

直線測量面積概念，它則是屬於較抽象的概念且它是以一維的單位量來對面積進行測量。相較於基本面積概念與單位面積概念來說，直線測量面積概念它較抽象且較複雜的推理層次。

二、次序型選擇題的理論基礎與分析方法

OMC 的主要關鍵是發展層級，它代表著層次階段，學生可藉由通過此過程來傳遞他的能力在於哪個階層。本研究採用的題型是 OMC，且 OMC 題型可將信息進行有效溝通，使學生更理解，且每個答案皆可發展學生的認知層級，也可將此信息提供給學校老師、學生，既快速又可靠。所以本研究之試題題型可以直接從試題上看到面積概念的發展層級，不須再透過第二階段的回答才可看到學童的發展層級。

(一) OMC 理論基礎

Ordered multiple choice items? OMC 又稱次序型選擇題，它是一種創新的試題，OMC 試題融合了傳統選擇題的效率、開放式問題的反應，且具有客觀約束選項的反應，且 OMC 試題比傳統選擇題在診斷上更具有可靠性，因為 OMC 比起傳統選擇題更具有良好的理論基礎。

OMC 選項反應了學生在開放式問題的回答，且這些答案已明確連接到學習的級別（層次）。OMC 試題並不會只診斷學生選擇正確的答案這個選項，也會藉此診斷學生選擇答案的原因，看學生是符合哪個學習層級。

簡單來說，OMC 試題每個選項的背後，都代表著一個層級，可以經由學生在選擇選項時來診斷學生的能力是屬於哪一個層級。在編製 OMC 試題前，必須先訂定學習的發展層級。

OMC 試題所組成的測驗，可將選項信息進行有效的處理。OMC 試題的獨特地方是：測量學生的認知發展模式，在 OMC 試題中，每個答案皆可發展學生的認知級別。OMC 試題提供和傳統選擇題不一樣的認知訊息給學生，也可將此信息提供給學校、老師等等，既快速又可靠，不像傳統選擇題只能提供對或錯這樣的信息。

訂好學習層級後才可針對每一個層級去出題，學生在作答完成後，可以根據學生的作答選項來對應學習層級表，便可了解學生的程度如何。在國外，已經有 OMC 試題的相關研究出現，像是 Briggs 與 Alonzo (2009)；Lin、Chu 與 Meng (2010)；Briggs、Alonzo、Schwab 與 Wilson (2006) 等等，但這些都是屬於自然科學或者是文學的研究，也間接說明了 OMC 試題比較偏向於理論的研究，且國外尚未出現數學科的研究。所以本研究以數學科為例，希望藉此來探討學生在數學科的認知發展。

三、有序分區模型

有序分區模型（ordered partition model，OPM）是由 Wilson（1992）所提出的部分計分模式的延伸模式，有序分區模型是指作答反應資料格式，是以次序分區為基礎。是一個擴展的部分計分模式。

這種類型的次序分區模型出現在教學理論及認知發展，其中試題的層級進步必須存在先驗概念，不同類型的反應可給定層級後進行給分。OPM 理論常出現於心理研究或者是教育研究。像是皮爾傑的學習層次或者是 Van Hiele 的幾何論。然而，OPM 這種理論比起二分法來說，顯得複雜許多。

OPM 是由 PARTIAL CREDIT MODEL（PCM）推導來的，所以 OPM 和 PCM 有些地方會很相近。當試題如果是二元計分，即有得分或沒得分時，則 OPM 和 PCM 是相同的，但如果是部分計分時，則 OPM 可以多個類別選項對應到同一個分數或層級（試題某一層級的反應可以有 2 個以上），而 PCM 則只能一類別對應一分數或層級（試題某一層級的反應只能有一個）。以下簡要介紹 OPM 的公式：

$$P(X_{ni} = k | \theta_n) = \frac{\exp[\theta_n B_i(k) - \eta_{ik}]}{\sum_{h=1}^{K_i} \exp[\theta_n B_i(h) - \eta_{ih}]} \quad (1)$$

X_{ni} : 為一隨機變量

θ_n : 學生反應能力

$k = 1, \dots, i$: 每題試題可能的反應類型

η_{ik} : 試題之 K 類別的難度參數

n = 學生數

i = 試題數

當 $\eta_{i0} \equiv 0$ 時，且 $B_i(k)$ 是一已知的計分函數，則 $B_i(k) = M$ 。

我們可以將 $B_i(k) = M$ 解釋成試題 i 的第 k 個反應得分為 M 。

OPM 相當於部分計分模式，但在對錯計分反應上，將相對地失去原本層級的選項，因為在某些程度上，每個層級的答案在不同的處境可描述學生的錯誤觀念。

利用 OPM 來分析 OMC 試題，除了可以依照學生能力及試題答對率來繪製試題特徵曲線（item characteristic curve，ICC），如圖 1。最重要的是因為在多元計分中，OPM 可以多個類別選項對應到同一個分數或層級，這是非常符合 OMC 這種發展階層的試題，所以本研究才以 OPM 來分析 OMC 試題。

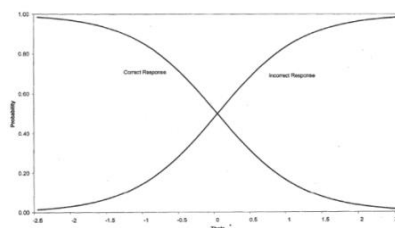


圖 1 試題特徵曲線圖

當學生的能力值在 0 時，則答對與答錯的機率個是 50%，當學生能力值越高，則答對機率也就越高，反之，就越低。但我們只能從試題特徵曲線看到學生在某個能力值時他對於這題题目的答對機率，並沒有辦法探討他在這題题目的那些觀念不會。

然而，我們使用了 OPM 之後，就可以繪製試題選項特徵曲線 (item option characteristic curves)，如圖 2：

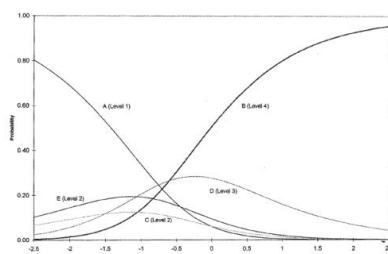


圖 2 試題選項特徵曲線圖

當學生的能力值為 0 的時候，則學生有 50% 會選擇 B (level4)，有 30% 的學生選擇 D (level3)，有 10% 的學生選擇 E (level2)，另外也有 10% 的學生會選擇 A (level1) 或 C (level2)。

從上圖可以看到學生在某能力值時的作答反應，可以清楚了解學生在這題學習到哪個層級，那些概念他還不會。

本研究之所以使用 OPM 來分析 OMC 試題，是因為在二元計分模式與多點計分模式的情況之下，多點計分模式的信度表現較二元計分來的好，且本研究所採用的試題 OMC 會出現下面這種情況，就是在不同的選項它會對應到同一個分數的類別。舉例來說，在一個題目裡，雖然有兩個或兩個以上不同答案不同敘述的選項，但其實它背後所代表的層級是一樣的。在此情況下使用 OPM 會比較符合試題的特性。使用 OPM 之後我們可以估計到試題的特性，像是試題難度、學生能力值、試題作答反應、學生表現分析等等，所以本研究的 OMC 試題要用 OPM 來做分析。

叁、研究方法

一、研究流程

本研究為編製一份國小數學面積概念發展的次序型選擇題，研究步驟說明如下：

- (一) 確立主題後蒐集相關文獻，根據文獻資料建立國小數學面積概念之發展層級。
- (二) 進行自編試題，依照面積單元發展層級編製次序型選擇題。
- (三) 進行紙筆測驗預試，再進行試題分析與修改。
- (四) 進行紙筆測驗正式施測，並使用有序分區模型來分析正式施測。

二、研究對象

(一) 預試對象：以彰化縣某一所國小的四年級與六年級學生隨機各抽取 9 個班級及 8 個班級，共計 17 個班級，其中四年級人數為 218 位學生，六年級人數為 212 位學生，

共 430 位學生。

(二) 正式施測對象：以彰化縣某兩所國小的四年級學生隨機抽取 5 個班級；以宜蘭縣一所國小的四年級學生隨機抽取一個班級；以花蓮縣一所國小的四年級學生隨機抽取一個班級，及台中市兩所國小的四年級學生隨機抽取 5 個班級，六年級則以台中市一所國小的六年級學生隨機抽取 4 個班級；以新北市一所國小的六年級學生隨機抽取 7 個班級，共計 23 個班級，其中四年級人數為 303 位學生，六年級人數為 299 位學生，共 602 位學生。

三、研究工具

本研究使用的工具有自編「國小四年級與六年級面積概念發展測驗」、SPSS 統計分析軟體及 CONQUEST 統計分析軟體，茲分述如下。

(一) 國小四年級與六年級面積概念發展測驗

本次試題測驗參照教育部於 2009 年發佈的國民中小學九年一貫數學課程綱要，將「面積概念」發展概念依照年級、教學順序，進行分析編製，並參考相關文獻，依據命題原理程序，進行出題。預試試題形式為選擇題，題目與答案選項皆經與兩位在教學現場至少 5 年以上教師詳細討論後設計，經檢核後進行組卷。

本研究是以發展國小面積概念發展為目的。因此，發展層級的訂定是依據教育部於 2009 年發佈的國民中小學九年一貫數學課程綱要，及南一版四至六年級教材；並參考蔡春美在 1982 年之文獻來設計。設計初稿後並與兩位在教學現場至少 5 年以上教師詳細討論後進行修改。發展層級訂定如下表 1：

表 1 國小數學科面積發展層級（蔡春美，1982）

層級	描述
3	面積保留概念 1. 等量減等量（七歲半以上）：兒童已具有可逆性的邏輯思考能力。 2. 幾何圖形組合與排列（七歲以上）：兒童不管圖形怎樣改變，都能認為一樣大，已具備面積保留概念。 3. 互補面積保留（八歲以上）：兒童能了解部分和全體的相互關係。 面積測量概念 1. 面積測量（疊置法，七歲半以上）：能正確回答，它們會使用測量紙卡，且具備遞移概念。 2. 面積測量（單位測量法，七歲半以上）：能正確回答，能明白基本測量單位。 3. 面積測量（直線測量法，十一歲以上）：已進入形式運思期的認知作用了。
2	面積保留概念 1. 等量減等量（五歲半到七歲）：在等量面積減等量面積的問題中，只依直覺判斷。 2. 幾何圖形組合與排列（六歲到七歲）：有時能憑直覺答對問題，有

開始想到面積可剖分為能夠測量的次級單位。(承認同樣有數個正方形，卻不承認面積一樣)

3. 互補面積保留(七歲到八歲):能協調第一層次的平面大小關係，但卻不能同時對第二層次的平面大小關係與整體做一統整。

面積測量概念

1. 面積測量(疊置法，六到七歲):用試誤法開始了解實驗包含的遞移概念，但仍不能正確回答。例:會使用小紙板去拼湊給定的形狀，但仍無法正確回答。
 2. 面積測量(單位測量法，六歲到七歲半):兒童開始瞭解，但不是普遍了解。會使用測量卡紙，也數得出單位個數，但亦不能做出正確反應。
 3. 面積測量(直線測量法，七歲半到十歲):兒童能倍加長度，但對正方形加倍成另一正方形的問題不能完全答對，了解長度與面積間的關係是乘法關係，但仍不能正確答對問題。
-

1 面積保留概念

1. 等量減等量(五歲以下):在等量面積減等量面積的問題中，無法決定相減結果。
2. 幾何圖形組合與排列(六歲以下):以為形狀改變時面積或小正方形總數也會為之改變。
3. 互補面積保留(七歲以下):兒童尚未具備互補的面積保留概念。相同面積改變後能無法區分哪個大。

面積測量概念

1. 面積測量(疊置法，六歲以下):不會使用測量紙卡，即使主試者教他如何疊置，仍無法解答。例:以表2試題來說，給學生一紙卡去拼湊灰色的形狀，但學生會認為紙卡和灰色塗滿是不一樣的形狀，無法做比較。
 2. 面積測量(單位測量法，六歲以下):通常不會做正確測量，就是教他如何畫，然後數一數方格，但他們仍不能做正確反應。例:以表2試題來說，教學生數灰色有幾個格子的面積，但學生遇到沒塗滿的格子就不會計算。
 3. 面積測量(直線測量法，七歲半以下):不會倍加長度，因缺乏長度保留與剖分概念。
-

(二) 試題範例說明

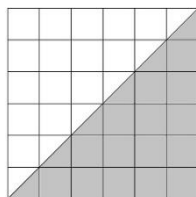
以試題19來說，見表2，這一題主要是測量學生面積測量概念-疊置法的幾何圖形，根據發展層級來判定，學生若是選擇1(level 1)，代表學生不了解題意，也意味著學生不太了解什麼是面積，選擇level 1的學生在此提可以得到1分;學生若是選擇2、3(level

2)，代表學生了解什麼是面積，且也會使用疊置法計算，但遇到有變化的題目仍會算錯，選擇 level 2 的學生在此提可以得到 2 分；學生若是選擇 4(level 3)，代表學生了解面積，也明白邊長與面積的關係，選擇 level 3 的學生在此提可以得到 3 分。

表 2 正式施測試題 19

題目

() 19. 下圖有一正方形，每一個格子代表 $\frac{1}{4}$ 平方公分，則灰色三角形面積為多少平方公分，請選出哪個選項最符合你的想法??



選項	反應類型	發展層級
選項 1	因為部分格子沒有塗滿灰色，所以看不出來。	level 1
選項 2	因為灰色的格子有 21 格，而每一個格子是 $\frac{1}{4}$ 平方公分，所以灰色面積是 $\frac{21}{4}$ 平方公分。	level 2
選項 3	因為正方形的邊長是 6 公分，所以灰色三角形面積就是 $6 \times 6 \div 2 = 18$ 平方公分。	level 2
選項 4	因為每一個格子是 $\frac{1}{4}$ 平方公分，所以每一個格子的邊長是 $\frac{1}{2}$ 公分，而灰色三角形的底和高都是 6 格，所以面積是 $3 \times 3 \div 2 = \frac{9}{2}$ 平方公分。	level 3

(三) 測驗編製架構表

預試的測驗編製架構表統計如表 3：

表 3 測驗編製架構統計表

測量概念	試題題數
面積保留概念	Item 1、Item 2、Item 4、Item 7
面積 疊置法	Item 8、Item 17、Item 18、Item 19、Item 20、Item 21
測量 單位測量法	Item 9、Item 13、Item 14、Item 23
概念 直線測量法	Item 3、Item 5、Item 6、Item 10、Item 11、Item 12、Item 15、Item 16、Item 22

四、資料處理分析

(一) 預試紙本施測資料處理與分析

預試施測試卷題型為次序型選擇題，採紙筆測驗，將作答樣本回收後，利用 Excel 將學生的作答反應轉換成 0 與 1 之二元計分與各層級所屬的得分 1、2、3 之部分計分，利用 SPSS 統計軟體進行分析，以求得整份測驗的信度及試題的難度、鑑別度。

(二) 正式施測資料處理與分析

正式施測首先根據預試所蒐集到的資料進行題目修改或刪除，採紙本測驗，將作答樣本回收後，利用 Excel 將學生的作答反應轉換成 0 與 1 之二元計分與各層級所屬的得分 1、2、3 之部分計分，利用 SPSS 統計軟體進行信度、難度、鑑別度分析，及不同年級與城鄉差異之學生表現分析。及利用 ConQuest 軟體進行 OPM 及 MOPM 分析試題難度、試題難度參數、學生能力值、試題選項特徵曲線 (IOCC) 等，來估計學生的作答反應。

五、預試結果

本研究測驗之試題難度值，整體介於 0.181~0.880，平均難度指數 0.613，難度屬於中偏易。試題鑑別度值，整體介於 0.188~0.710，平均鑑別度值為指數 0.427，鑑別度為非常優良。預試資料內部一致性 Cronbach α 係數值為達 0.788，顯示面積概念發展測驗具有良好的信度。且與 3~5 位具有教學的現職國小教師及測驗編製經驗的專家學者一同討論因此此份測驗已具備良好的內容效度。

肆、研究結果與討論

一、次序型選擇題之測驗品質分析

(一) 效度分析

本研究的正式施測效度採驗證性因素分析，根據譚寧君 (1995) 與譚寧君 (1998) 文獻，面積概念是由面積保留概念與面積測量概念組成，且面積測量概念是由面積測量概念-疊置法、面積測量概念-單位測量法、面積測量概念-直線測量法組成。研究者嘗試以二因素模型 (面積保留概念、面積測量概念) 及二階四因素模型 (面積保留概念、面積測量概念之子概念)、四因素模型 (面積保留概念、面積測量概念-疊置法、面積測量概念-單位測量法、面積測量概念-直線測量法) 來做比較。試題 1 及試題 3 因為它的因素負荷量皆小於 .3，故刪除。結構方程模式 (SEM) 進行二因素模型及四因素模型的模式適配度比較，各指數結果整理如表 4、表 5、表 6：

表 4 絕對適配度指數表

絕對適配度指數	GFI	AGFI	RMR	SRMR	RMSEA	NCP	ECVI
四因素模型	.940	.924	.021	.0495	.043	184.446	.733
二階四因素模型	.938	.921	.021	.0499	.044	194.490	.746
二因素模型	.935	.920	.021	.0509	.045	209.230	.766

表 5 增值適配度指數表

增值適配度指數	NFI	RFI	IFI	TLI	CFI
四因素模型	.840	.814	.908	.892	.907
二階四因素模型	.834	.810	.903	.888	.902
二因素模型	.826	.804	.896	.881	.895

表 6 簡約適配度指數

簡約適配度指數	PGFI	PNFI	AIC
四因素模型	.734	.725	440.446
二階四因素模型	.741	.729	448.490
二因素模型	.796	.735	460.230

在上表的絕對適配度指數中，四因素模型的 GFI (.940) 及 AGFI (.924) 的顯著程度皆高於二階四因素模型的 GFI (.938) 及 AGFI (.921) 及二因素模型的 GFI (.935) 及 AGFI (.920)，雖然四因素模型的 RMR 和二階四因素模型、二因素模型的 RMR 皆是.021，但在 SRMR、RMSEA、NCP、ECVI 中，都是四因素模型的值表現較二階四因素模型及二因素模型來的佳。

再者，在上表的增值適配度指數中，四因素模型及二階四因素模型只有 NFI、RFI、TLI 未達.9，而二因素模型的 NFI、RFI、IFI、TLI、CFI 皆未達.9，且四因素模型的 NFI、RFI、IFI、TLI、CFI 都來的比二階四因素模型及二因素模型佳。

最後，在上表的簡約適配度指數中，四因素模型與二階四因素模型及二因素模型的 PGFI、PNFI、皆大於.5，顯示模式適配度都達標準。但以 AIC 指標來看，AIC 越小代表模式越適配。綜合上述，本研究正式施測的驗證性因素分析採用四因素模型，其模型圖如下圖 3：

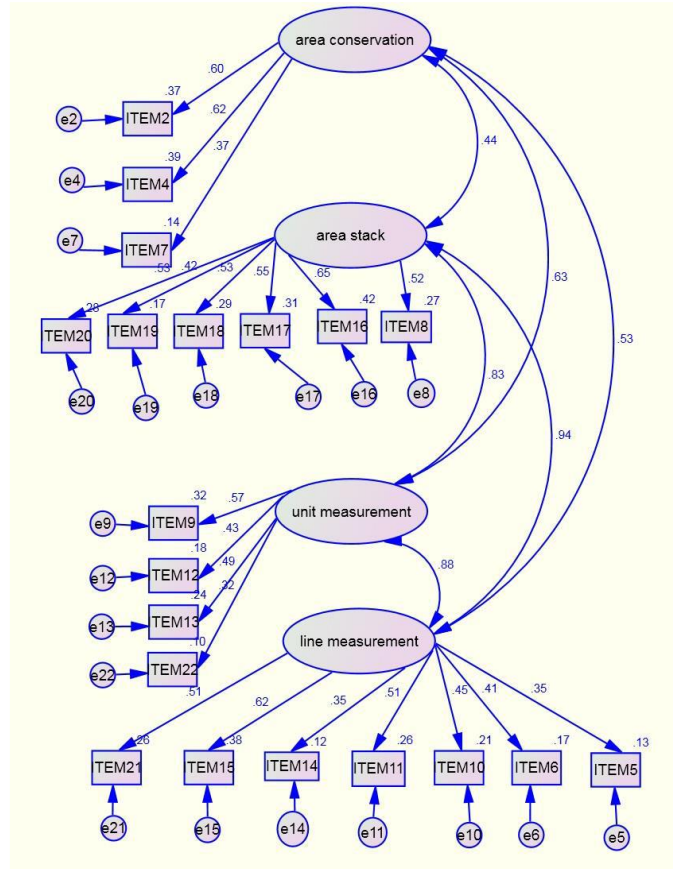


圖 3 四因素標準化模型圖

(二) 信度分析

本段將依二元計分及部分計分依序列出四年級、六年級及全體施測時的內部一致性 Cronbach α 係數值如下表7：

表 7 正式施測信度表

	二元計分	多元計分
四年級	.701	.777
六年級	.820	.822
全體	.811	.833

由上表可看到不論對錯計分或部分計分，Cronbach α 係數值均達.7以上，代表本研究所使用的面積概念發展測驗，具有良好的信度。

除了上表之外，本研究還將正式施測之試題以二元計分及多元計分，分別做出測驗訊息函數，如下圖4、圖5：



圖 4 二元計分試題訊息函數

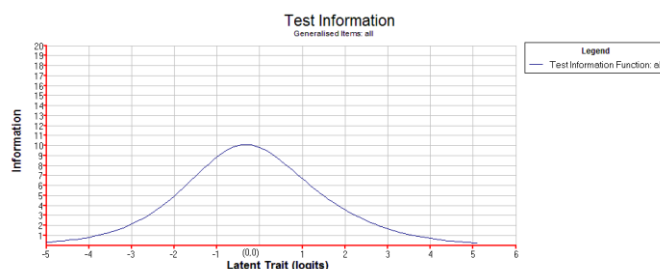


圖 5 多元計分試題訊息函數

由上面兩圖可以看到，當Latent Trait 在正負2之間時，多元計分的訊息量遠高於二元計分，更證明本研究之測驗的多元計分信度優於二元計分的信度。

二、次序型選擇題之試題分析結果

(一) 古典測驗理論之試題分析

1. 難度

本研究測驗之試題難度值，四年級介於 0.196~0.825，平均難度指數 0.489，難度屬於適中。六年級介於 0.452~0.892，平均難度指數 0.654，難度屬於容易。若以四年級和六年級整體來看，則難度值介於 0.332~0.842，平均難度指數 0.571，難度屬於中。

2. 鑑別度

本研究測驗之試題鑑別度值，四年級介於 0.045~0.659，平均鑑別度指數 0.388，鑑別度優良。六年級介於 0.183~0.711，平均鑑別度指數 0.486，鑑別度為非常優良。若以四年級和六年級整體來看，則鑑別度值介於 0.281~0.746，平均鑑別度指數 0.503，鑑別度為非常優良。

3. 學生作答選項次數分析

本研究正式施測之四年級學生及六年級學生在各題的選項作答情形如下表 8、表 9：

表 8 四年級作答選項次數分析表

題號	item2	item4	item5	item6	item7	item8	item9
作答選項	次數統計						
1	5	31	47	54	33	31	49

2	14	10	18	78	203	225	41
3	35	254	197	77	40	17	174
4	249	8	41	94	27	30	39
5							
題號	item10	item11	item12	item13	item14	item15	item16
作答選項	次數統計						
1	46	32	57	48	39	81	47
2	17	50	31	131	138	70	111
3	41	27	33	45	95	54	33
4	199	194	16	53	31	98	112
5			166	26			
題號	item17	item18	item19	item20	item21	item22	
作答選項	次數統計						
1	43	73	34	45	73	65	
2	139	88	51	33	70	96	
3	39	51	157	152	109	81	
4	82	91	61	34	51	61	
5				39			

表 9 六年級作答選項次數分析表

題號	item2	item4	item5	item6	item7	item8	item9
作答選項	次數統計						
1	5	6	20	19	15	11	22
2	14	13	23	71	232	256	22
3	25	276	217	151	25	16	222
4	255	4	39	58	27	16	33
5							
題號	item10	item11	item12	item13	item14	item15	item16
作答選項	次數統計						
1	15	12	36	21	19	26	17
2	13	22	30	189	120	51	57
3	17	10	23	29	136	50	22
4	254	255	20	38	24	172	203
5			190	22			
題號	item17	item18	item19	item20	item21	item22	
作答選項	次數統計						

1	18	13	26	16	22	30
2	65	195	27	32	67	66
3	17	18	117	195	176	68
4	199	73	129	36	34	135
5	20					

由上述兩表可以看到，每一題的每一個選項都有學生選擇，代表每一題的每個選項都有其代表性，不同層級的學生都可以作答，不會出現某個選項沒有學生作答。

(二) 多向度有序分區模型分析

本研究正式施測使用多向度有序分區模型 (Multidimension Ordered Partition Model) 分析試題難度參數、試題選項特徵曲線 (item option characteristic curves)，下表將整理出各個試題的試題難度參數，其試題難度參數，如表 10：

表 10 試題難度參數表

題號	Item 2	Item 4	Item 5	Item 6	Item 7	Item 8	Item 9
試題難度 參數	-0.692	-0.277	0.553	-0.209	0.969	-0.064	-0.058
標準誤	0.063	0.064	0.046	0.047	0.090	0.055	0.048
題號	Item 10	Item 11	Item 12	Item 13	Item 14	Item 15	Item 16
試題難度 參數	-0.408	-1.469	-0.391	0.376	0.555	0.361	-0.055
標準誤	0.047	0.049	0.046	0.048	0.048	0.045	0.051
題號	Item 17	Item 18	Item 19	Item 20	Item 21	Item 22	
試題難度 參數	-0.27	-0.261	0.358	0.291	0.616	0.073	
標準誤	0.052	0.05	0.054	0.117	0.116	0.082	

根據上表之估計，可畫出對應的散點圖，如圖 6：

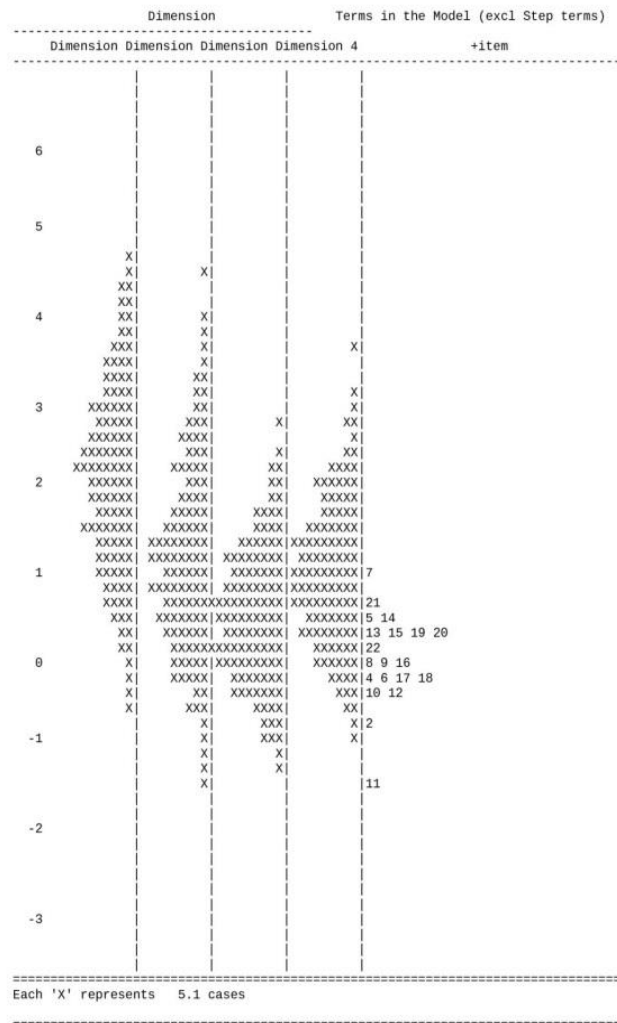


圖 6 試題難度參數散點圖

上圖由左至右分別依序是面積保留概念、面積測量概念-疊置法、面積測量概念-單位測量法、面積測量概念-直線測量法，圖中的 X 代表學生能力落點，數值越高代表學生能力越好，反之則越差。由圖 6 可以觀察到，學生在面積保留概念的表現最好，其次是面積測量概念-疊製法，之後分別是面積測量概念-直線測量法與面積測量概念-單位測量法。

以正式施測試題 2 與試題 7 的 IOCC 為例，如圖 7、圖 8：

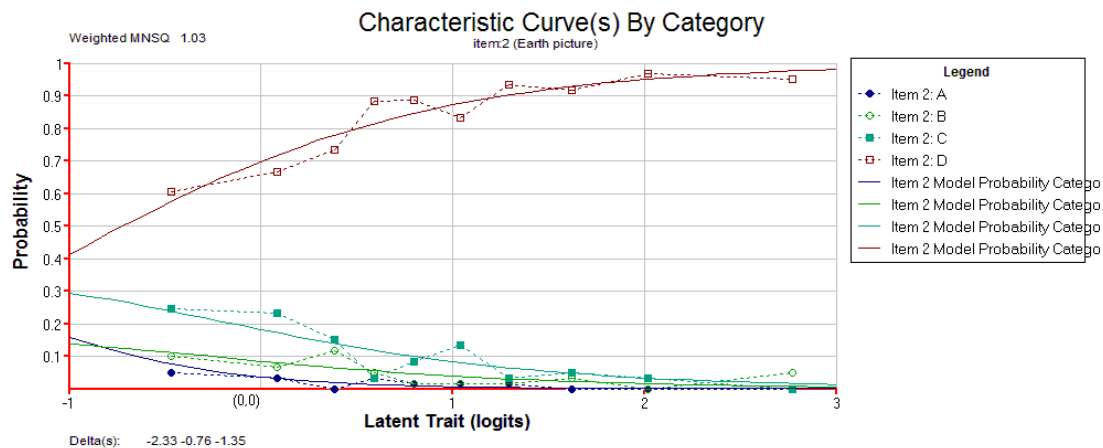


圖 7 正式施測試題 2 之 IOCC 圖

由此圖可以看到，當學生的能力值在 0 的時候，學生選擇 A 選項的機率為.05，選擇 B 選項的機率約為 0.1，選擇 C 選項的機率約為.2，選擇 D 選項的機率約為.7。

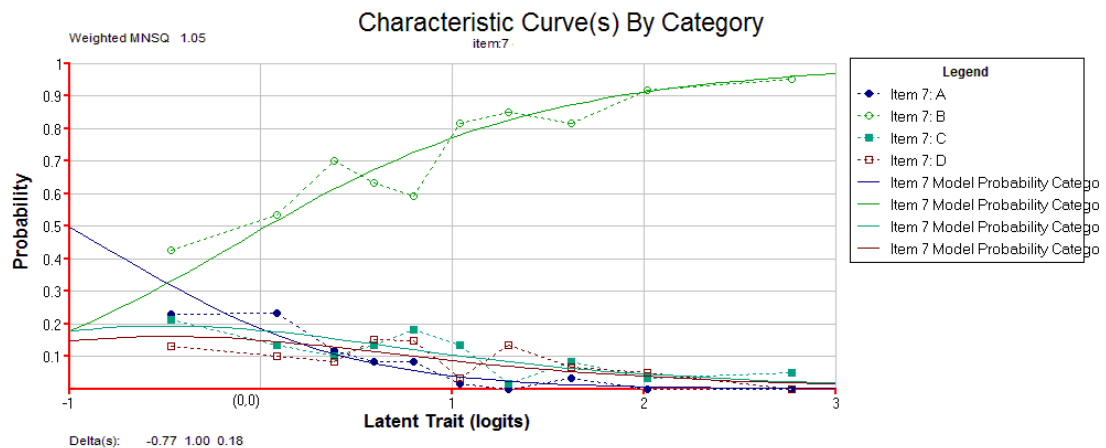


圖 8 正式施測試題 7 之 IOCC 圖

由此圖可以看到，當學生的能力值在 0 的時候，學生選擇 A 選項的機率約為.2，選擇 B 選項的機率約為.5，選擇 C 選項的機率約為.2，選擇 D 選項的機率約為.15。

由圖 7、圖 8 兩圖來看，當學生能力值為 0 的時候，試題 2 答對率比試題 7 還要好。另外在古典測驗理論中，試題 2 的難度值為 0.791，試題 7 的難度值為 0.676，都證明當在固定能力的學生，在試題 2 的表現是較試題 7 還要好。

三、次序型選擇題之學生表現分析

(一) 不同年級學生能力差異分析

本段將呈現利用 MOPM 估計正式施測各個概念的不同年級學生之能力值之差異分析，並做獨立樣本 t 檢定，檢定四年級和六年級能力是否有差異。首先，假定

H_0 : 四年級和六年級能力沒有差異

H_1 : 四年級和六年級能力有差異

接著再利用 SPSS 將下面各概念作獨立樣本 t 檢定，其結果如下表 11、表 12、表 13：

表 11 不同年級學生能力差異分析敘述性統計表

	年級	個數	平均數	標準差	平均數的標準誤
面積概念發展	4	303	0.6390	0.65993	.03791
整體能力	6	299	1.4005	0.82305	.04760
保留概念	4	303	1.7772	0.83000	.04768
	6	299	2.4856	0.91242	.05277
疊製法	4	303	0.6565	0.85081	.04888
	6	299	1.6686	1.04004	.06015
單位測量法	4	303	0.2158	0.61142	.03513
	6	299	0.8756	0.74177	.04290
直線測量法	4	303	0.6333	0.65003	.03734
	6	299	1.3804	0.78538	.04542

表 12 不同年級學生能力變異數同質性檢定表

		變異數相等的 Levene 檢定	
		F 檢定	顯著性
面積概念發展	假設變異數相等	18.520	.000
整體能力			
保留概念	假設變異數相等	1.819	.178
疊製法	假設變異數相等	14.442	.000
單位測量法	假設變異數相等	13.350	.000
直線測量法	假設變異數相等	12.513	.000

* $p < .05$.

表 13 不同年級學生能力差異分析 t 檢定表

		t 值	p 值
面積概念發展	不假設變異數相等	-12.515	.000
整體能力			
保留概念	假設變異數相等	-9.968	.000
疊製法	不假設變異數相等	-13.058	.000
單位測量法	不假設變異數相等	-11.900	.000
直線測量法	不假設變異數相等	-12.706	.000

* $p < .05$.

由上表可以看到，四年級和六年級無論是在單向度的面積概念發展，或者是多向度的面積保留概念、面積測量概念-疊置法、面積測量概念-單位測量法、面積測量概念-

直線測量法，其顯著性值都小於顯著水準 (.05)，故拒絕接受虛無假設 H_0 的宣稱，即四年級和六年級學生的能力在面積概念發展、面積保留概念、面積測量概念-疊置法、面積測量概念-單位測量法、面積測量概念-直線測量法是有差異的。

(二) 試題層級學生的表現

本段將呈現正式施測各個試題的層級之學生作答表現，並做百分比同質性檢定，檢定四年級和六年級是否為同質性。首先，假定

H_0 : 四年級和六年級在試題層級表現為相同

H_1 : 四年級和六年級在試題層級表現為不相同

接著再利用 SPSS 將下面各題做百分比同質性檢定，其結果如下表 14，如果四年級和六年級表現為相同則打勾；不同則打 X：

表 14 試題層級學生表現表

	Item 2	Item 4	Item 5	Item 6	Item 7
四年級與六年級	V	X	V	X	X
	Item 8	Item 9	Item 10	Item 11	Item 12
四年級與六年級	X	X	X	X	X
	Item 13	Item 14	Item 15	Item 16	Item 17
四年級與六年級	X	X	X	X	X
	Item 18	Item 19	Item 20	Item 21	Item 22
四年級與六年級	X	X	X	X	X

由表 14 可得知整份測驗只有試題 2 與試題 5，4 和 6 年級學生是沒有差異的，其餘試題則 4 和 6 年級學生是有差異的。試題 2 主要測驗面積保留概念-幾何圖形組合與排列，試題 5 則測驗直線面積測量概念-單位量轉換。

參照教育部於 2009 年發佈的國民中小學九年一貫數學課程綱要，再加上研究者施測時間為下學期，正值國小 4 年級在學習面積、平面圖型單元，所以在這兩題的表現才會沒有差異。

五、結論與建議

一、以次序型選擇題編製國小四年級與六年級面積概念發展測驗具良好信效度

(一) 自編測驗的信度分析

Cronbach α 係數計算測驗題目內部一致性，根據表 7，其測驗信度皆顯示多元計分較對錯計分來的好，在國小四年級為 0.777，在國小六年級為 0.822，整體為 0.833。或者從圖 4、圖 5 中可得到，多元計分的試題訊息量也都比對錯計分的試題訊息量來的高，故顯示本測驗之多元計分具有良好之信度。

(二) 自編測驗的效度分析

本測驗參考相關國內外文獻及測驗試題，並和教授及國小老師討論來進行試卷編製，且從絕對適配度、增值適配度及簡約適配度都顯示四因素模式更適合用於分析本研究測驗資料，故本測驗具建構效度。

（三）自編測驗的古典測驗理論試題分析

在難度方面，本測驗對四年級學童而言，難度介於 0.196~0.825 之間，平均難度為 0.489，顯示本測驗難度對四年級學生來說是適中。對六年級學童而言，難度介於 0.452~0.892 之間，平均難度為 0.654，顯示本測驗難度對六年級學生來說是適中偏易。整體而言，難度介於 0.332~0.842 之間，平均難度為 0.571，顯示本測驗難度對四年級及六年級學生來說是適中。

在鑑別度方面，本測驗對四年級學童而言，鑑別度介於 0.045~0.659 之間，平均鑑別度為 0.388，顯示本測驗鑑別度對四年級學生來說是優良。對六年級學童而言，鑑別度介於 0.183~0.711 之間，平均鑑別度為 0.486，顯示本測驗鑑別度對六年級學生來說是非常優良。整體而言，鑑別度介於 0.281~0.746 之間，平均鑑別度為 0.503，顯示本測驗鑑別度對四年級及六年級學生來說是非常優良。

（四）自編測驗之有序分區模型試題分析

在試題難度參數中，本測驗之試題難度參數介於-1.469~0.969 之間，平均試題難度參數為-0.0001。

二、以 MOPM 模式分析學生在面積概念發展的表現

本研究試題難度參數介於-1.469~0.969，其散點圖如圖 6。由此可知，學生在面積保留概念表現最好，其次是面積測量概念-疊製法，之後依序為面積測量概念-直線測量法與面積測量概念-單位測量法。

三、次序型選擇題學生分析

（一）不同年級學生差異分析

四年級與六年級的學生無論在整體的面積概念發展，或者是次級概念的面積保留概念、面積測量概念-疊製法、面積測量概念-單位測量法、面積測量概念-直線測量法均有顯著差異。

（二）試題層級學生表現分析

四年級與六年級的學生在試題層級表現方面，僅有試題 2、試題 5，學生的表現是相同的，其餘的表現則是不同的。

未來，可以朝向電腦化測驗去發展，並搭配不同的分析方法，來比較不同方法間的差異。也可使用相關模式，利用電腦去根據學生作答狀況去訂定選項層級。

參考文獻

中文部分

- 王勝弘 (2002)。國小學童面積測量公式概念形成歷程之研究 (未出版之碩士論文)。國立臺南大學，台南市。
- 王選發 (2002)。國小六年級學童面積學習之研究 (未出版之碩士論文)。國立臺中教育大學，台中市。
- 高敬文 (1989)。我國國小學童測量概念發展之研究。初等教育研究，1，183-219。
- 許嵐婷、劉好 (2003)。國小五年級學生面積概念之教學研究。中華民國第十九屆科學教育學術研討會論文彙編。2007年2月8日，取自：
<http://scied.gise.ntnu.edu.tw/2003/pdf/1/10.pdf>
- 陳光勳、譚寧君 (2001)。兒童長度面積體積概念調查及診斷教學之研究－應用直觀規律(I)。國科會專題研究計劃成果報告 (報告編號：NSC-89-2511-S-152-021)。
- 陳建誠 (1998)。面積表徵的轉換 (未出版之碩士論文)。國立臺灣師範大學，臺北市。
- 陳雪華 (2002)。探討國小四年級學童直觀面積概念在動態診斷教學下之成效 (未出版之碩士論文)。國立臺北教育大學，台北市。
- 陳鉗逸 (1996)。我國國小高年級學生平面圖形面積概念的研究。發表於八十五學年度師範學院教育學術論文發表會。
- 楊美惠 (2002)。直觀規律對K-6年級學童面積概念之探究 (未出版之碩士論文)。國立臺北教育大學，台北市。
- 維基百科 (2013)。面積。取自
<http://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%9D%A2%E7%A9%8D>
- 蔡春美 (1982)。台東縣山地兒童面積保留與面積測量概念的發展 (未出版之碩士論文)。國立臺灣師範大學，臺北市。
- 戴政吉 (2001)。國小四年級學童長度與面積迷思概念之研究 (未出版之碩士論文)。國立屏東教育大學，屏東市。
- 譚寧君 (1995)。面積概念探討。國民教育，35 (5、6)。
- 譚寧君 (1998)。國民小學高年級面積教材分析。發表於國立嘉義師範學院 86 學年度數學教育研討會。
- 譚寧君、黃淑懿 (2009)。TAIRS 教學策略融入國小四年級面積教學之研究。科學教育研究與發展季刊，53，43-69。
- 蘇琬淳 (2004)。資訊科技融入國小五年級數學教學成效之研究——以面積與周長為例 (未出版之碩士論文)。國立臺北教育大學，台北市。

英文部分

- Baturo, A., & Nason R. (1996). Student teachers' subject matter knowledge within the domain of area measurement. *Educational Studies in Mathematics*, 31(3), 235-268.
- Briggs, D. C. & Alonzo, A. C. (2012). The psychometric modeling of ordered multiple-choice item responses for diagnostic assessment with a learning progression. *Learning Progressions in Science: Current Challenges and Future Directions*, 293-316
- Briggs, D. C., Alonzo, A. C., Schwab, C., & Wilson, M. (2006). Diagnostic Assessment With Ordered Multiple-Choice Items. *Educational Assessment*, 11(1), 33-63.
- Crowley, M. L. (1987). The van Hiele Model of the development of geometric thought., *Learning and teaching geometry, k-12*, 1-16.
- Lin, J., Chu, K. L., & Meng, Y. (2010). Distractor rationale taxonomy: Diagnostic assessment of reading with ordered multiple-choice items. *American Educational Research Association, Denver, CO*.
- Piaget, J., & Inhelder, B., & Szeminska, A. (1960). *The child's conception of Geometry*. New York: W. W. Norton & COPMany.
- Tierney, C., Boyd, C., & Davis, G. (1990). Prospective primary teacher's conception of area. In G. Booker, P. Cobb, & T. Mendicuti (Eds.), *Proceedings 14th conference of the international group for psychology of mathematics education* (Vols. 2, pp. 307-315). Oaxtepec, Mexico.
- Wilson, M. (1992). The ordered partition model: An extension of the partial credit model. *Applied Psychological Measurement*, 16, 309-325.
- Zacharos, K. (2006). Prevailing educational practices for area measurement and students' failure in measuring areas. *Journal of Mathematical Behavior* ,25, 224-239.