

教學結構圖的課題系列化法研究

李柏儒¹ 郭輝煌¹ 李仲瑜¹ 王瑀¹ 許天維² 胡豐榮¹

¹國立臺中教育大學數學教育學系碩士班

²國立臺中教育大學教育測驗統計研究所

摘要

根據教材地位圖之上下位先後次序關係，本研究提出四種型態之教學策略，即脈絡型、基礎型、應用型與非脈絡型。此四種教學策略，乃分別透過日本學者竹谷誠教授所提出之「策略性教學課題系列化法」(Strategic Task Sequencing method，簡稱 STS 法)來制定。本研究則依據簡單的分數加法教學課題結構圖，詳述 STS 法與相關演算法，以說明四種教學策略客觀嚴謹的制定過程。

關鍵字：STS 法、教學策略、教學結構圖

Strategic Task Sequencing Method to Four Kinds of Teaching Types in Instructional Structure Graph

Po-Ju Lee^{*} Hui-Huang Kuo^{*} Chung-Yu Lee^{*} Yu Wang^{*}
Tian-Wei Sheu^{**} Feng-Rung Hu^{*}

^{*}Department of Mathematics Education,
National Taichung University

^{**}Graduate Institute of Educational Measurement and Statistics,
National Taichung University

Abstract

According to the lower and upper relation of instructional structure graph from a given hierarchical graph, this study proposes four kinds of strategic teaching types, namely the context type, foundation type, applied type and non-context type. Four kinds of strategic teaching types are introduced by Professor Makoto Takeya. We have utilized a simple graph of instructional structure of fraction addition to illustrate STS method with performing algorithms in detail as well as to give the four strategic teaching types.

Keywords: STS method, teaching strategy, instructional structure graph

壹、前言

活在21世紀，正如人們所見的，這是個充斥著多元文化的世界，老舊的教育方法與教學思維已無法培養獨立思考的學生（陳美玉，1998）。是以，傳統大環境下的教師教學本位（teacher-based），已漸漸為學生學習本位（student-based）所取代。所謂的學生學習本位，是著重在個體與個體之間的差異，希望教師能夠因材施教（王金國，2000；陳易芬、林鎡惠，2009；Adelson, 1981; Bloom, 1971）。

因應不同程度學生所給予之有效教學，蓋聶（Robert M. Gagné）的透過學習階層完成教學系列化理論（Gagné & Briggs, 1979），並於1985年，在學習的條件（The conditions of learning）一書中，再次強調的學習階層理論（Learning hierarchies）的重要性（Gagné, 1985）。而沼野一男（1976）提出非常知名的教學設計結構化，希冀透過順序系列性進行有效教學。特別是在數學科的教學過程中，因材施教，往往面臨如何有效決定一系列數學概念間之教學順序。因為數學學習，常常是前一種知識或能力的學習為後一種知識或能力的學習之必要條件（劉湘川，2004）。因此，因應教學理論，為特定學生定出符合其能力客製化之教學順序，成為刻不容緩之重要議題。

實際教學場域中，數學科的教學過程，教學課題（Teaching task，以下簡稱課題）之間，有非常明顯且具體的邏輯關聯。此時，如何在既有的教學理論底下，究竟使用何種教學策略（Teaching strategy），可以進一步檢視其教學的成效，是另一深具挑戰之議題。

回顧國內外與教學結構圖（Instructional structure graph）相關的知識結構圖（Knowledge structures）研究之文獻中，多數文獻均在探討知識結構圖計分（廖寶貴、曾志鈿、胡豐榮、許天維，2004；鄭雅云、楊世仁、胡豐榮、許天維，2004；林瑞雪、陳佑誠、胡豐榮、許天維，2004；簡煌哲、劉湘川、郭伯臣，2006），或以知識結構圖做為補救教學路徑參考（林原宏，1996；蔡良庭、楊志堅，2004；劉育隆、曾筱倩、郭伯臣，2006；吳慧珉，2006；曾彥鈞、張雅媛、郭伯臣，2006；曹傑如、洪榮照、曾彥鈞、謝鴻達，2009）。例如 Shavelson（1972），Shavelson & Stanton（1975）與佐伯卓也（1981）分別提出對知識結構圖之有效量化方法，但是，卻存在許多不合理的同分問題。又，竹谷誠、佐佐木整（1997）、劉湘川（2004）和卓樹樣、胡豐榮、許天維（2005）也發展出邏輯流程測驗理論，改善了不合理的同分問題，以及知識結構圖計分，作為推測學生學習過程以及教學順序之依據。但是如何完成課題系列化的理論，臺灣仍賦闕如，必須尋求新的技術。

恰逢2008年11月，日本學者竹谷誠教授蒞臨國立臺中教育大學，進行為期兩週關於測驗統計的集中講義課程時，提出策略性課題系列化法（Strategic Task Sequencing Method，簡稱STS法），有效解決上述議題。基於此，本研究結合竹谷誠教授所提之演算法與相關圖形理論（竹谷誠、船橋芳雄、中內辰哉，2007），以實例詳述STS法之有效性與實用性，期能提供測驗統計領域或相關教學研究之參考。

貳、名詞釋義

本研究首先依據竹谷誠(1992)課題系列化法的主張，說明的幾個名詞的意義如下：

教學結構圖：是指由 V 和 E 所構成的結構圖 G ，簡寫成 $G=(V,E)$ 。其中 $V=\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 表示課題所成的集合， $E=\{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ 表示課題間的順序性指向關係。

教學策略系列化：是指從教學結構圖 G 中，適當地選取課題 v_k ，依序排成一系列，例如系列 $O=\langle v_1, v_2, \dots, v_n \rangle$ ，表示先教課題 v_1 ，再教 v_2 ，一直教到 v_n 之教學策略。

教學策略：在教學系列上將一個課題要接著選擇下個課題時的判斷基準，我們稱為教師的教學策略(赤堀侃司，1992)。

前提課題與目標課題：當 v_i 可到達(reachability) v_j 時， v_i 為 v_j 的前提課題；而 v_j 為 v_i 的目標課題。若一個課題沒有前提課題時稱為初期前提課題；若一個課題沒有目標課題時稱為最終目標課題。當為決定從任一種初期前提課題開始學習，全部的初期前提課題要設定一個共通假想的前提課題 v_0 ，由 v_0 來進行各個初期前提課題的指向連結(山口忠、加地郁夫，1992)。

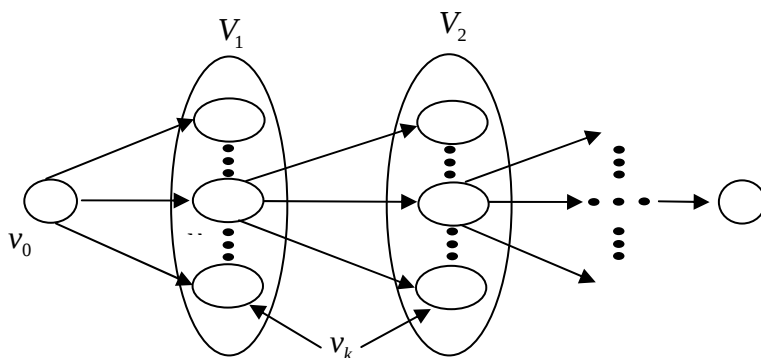
候選課題：在STS法中，系列 $O=\langle v_1, v_2, \dots, v_n \rangle$ 是從 v_1 到 v_n 依序決定的，當在 O 中部分系列決定到 $\langle v_1, v_2, \dots, v_{k-1} \rangle$ ，考慮選擇 v_k 的情況，當 v 的前提課題都屬於 $\{v_1, v_2, \dots, v_{k-1}\}$ 時，則稱 v 為候選課題，候選課題所成的集合用 $V_k, k=1, 2, \dots, n$ 來表示。在此針對任意的 $O=\langle v_1, v_2, \dots, v_n \rangle$ 而言，若 $e=\langle v_i, v_j \rangle \in E$ 時，則要注意 $i > j$ 是不存在的。由是可知，候選課題集合之中的一個課題，會被選為下個系列中的課題。另外，在課題系列化的初期狀態裡，候選課題集合為初期前提課題的集合。

前提課題集合與目標課題集合：設課題 v_i, v_j 的前提課題集合分別為 $S_p(v_i), S_p(v_j)$ ；目標課題集合分別為 $S_o(v_i), S_o(v_j)$ 。則 v_i, v_j 共同的前提課題集合稱為共前提課題集合，用 $S_p(v_i) \cap S_p(v_j)$ 表示；而 v_i, v_j 共同的目标課題集合叫做共目標課題集合，用 $S_o(v_i) \cap S_o(v_j)$ 表示；當 S 表示集合時，集合 S 的元素個數以 $n(S)$ 表示。

參、STS 法

本研究中，從教學結構圖製作初期前提課題到最終目標課題的系列時，應該透過候選課題集合，依據STS法的算則(algorithm)，選擇可到達的下一個課題，以完成自下而上系列化的教學策略。

茲說明STS法算則如下敘述，另外，系列化的過程概念圖如圖一所示。



圖一 課題系列化的觀念圖

設教學結構圖 $G = (V, E)$ 且 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ，現在假設 O 中部分系列決定到 $\langle v_1, v_2, \dots, v_{k-1} \rangle$ ，考慮選擇第 k 個課題 v_k 的情況：

一、當 $k=1$ 時，設初期前提課題集合為 V_1 ，共通假想的前提課題 v_0 到初期前提課題都設定有順序的指向關係，此時的候選課題集合為 V_1 。

二、共前提性指數和共目標性指數：設 v_i 與 v_j 的共同前提性指數 f_{ij} ，則

$$f_{ij} = \frac{1}{n(V)} n(S_p(v_i) \cap S_p(v_j)) \quad (1)$$

同樣的 v_i 與 v_j 的共同目標性指數 g_{ij} ，則

$$g_{ij} = \frac{1}{n(V)} n(S_o(v_i) \cap S_o(v_j)) \quad (2)$$

系列化指數：設 v_i 與 v_j 的系列化指數 θ_{ij} ，則

$$\theta_{ij} = \theta(v_i, v_j) = \alpha f_{ij} + \beta g_{ij} \quad (3)$$

$$\text{但 } |\alpha| + |\beta| = 1 \quad (4)$$

α 為前提指向性因子， β 為目標指向性因子（竹谷誠，1992），另外式（4）的 α 與 β 的控制條件，是為了要將系列化指數 θ_{ij} 規格化而加入的，可得

$$-1 \leq \theta_{ij} \leq 1 \quad (5)$$

另外，隨著使 α 與 β 改變，製作系列時所選擇的教學策略會改變，在下節會詳述。

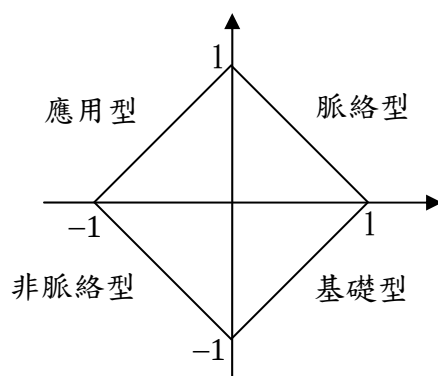
三、設 V_k 為第 k 個候選課題集合，且令 $v_k \in V_k$ ，若對任意的 $v \in V_k$ ，都能滿足（6）時，則 v_k 為我們決定的第 k 個課題。

$$\theta(v_{k-1}, v) \leq \theta(v_{k-1}, v_k) \quad (6)$$

由是可知，第 k 個課題為 v_k ，加入到原系列 O 的後面。同時新的候選課題集合會從 V_k 裡將 v_k 刪除。換句話說，新的候選課題集合 V_{k+1} ，包括 $V_k - \{v_k\}$ 和因 v_k 而產生的候選課題，如果是 $k=n$ 就結束，若不是就以 $k=n+1$ 重複此步驟。

肆、四種教學策略

如算式(4)所表示的， α 與 β 是根據 $|\alpha|+|\beta|=1$ 的限制條件變化數值。從此限制條件得到 α 與 β 的範圍如圖二。代表性的4種教學策略如下所述。



圖二 教學策略與參數 α, β 的關係

- 一、脈絡型教學策略： $0 \leq \alpha \leq 1, 0 \leq \beta \leq 1$ （典型如 $\alpha = 0.5, \beta = 0.5$ ）的時候的系列化，選擇著重前提課題與目標課題兩者的連續性。
- 二、基礎型教學策略： $0 \leq \alpha \leq 1, -1 \leq \beta \leq 0$ （典型如 $\alpha = 0.5, \beta = -0.5$ ）時的系列化，選擇著重前提課題及其連續性，並且輕視目標課題及其連續性。
- 三、應用型教學策略： $-1 \leq \alpha \leq 0, 0 \leq \beta \leq 1$ （典型如 $\alpha = -0.5, \beta = 0.5$ ）時的系列化，選擇著重目標課題及其連續性，並且輕視前提課題及其連續性。
- 四、非脈絡型教學策略： $-1 \leq \alpha \leq 0, -1 \leq \beta \leq 0$ （典型如 $\alpha = -0.5, \beta = -0.5$ ）時的系列化，選擇輕視前提課題與目標課題兩者的連續性。

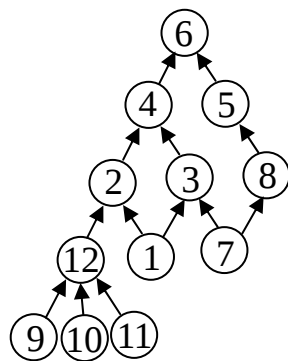
伍、教學實例

為方便說明起見，本研究提出「分數加法」的教學12個課題分別羅列如下表一所示：

表一 分數加法的教學課題

課題1：同分母分數加法(不進位、不約分)	課題7：公因數
課題2：同分母分數加法的進位(不約分)	課題8：公倍數
課題3：同分母分數加法的約分(不進位)	課題9：真分數
課題4：同分母分數加法的進位與約分	課題10：假分數
課題5：異分母分數加法的通分	課題11：帶分數
課題6：異分母分數加法(含帶分數)	課題12：假分數化為帶分數

根據「分數加法」的12個課題，利用專家的詮釋結構分析法(Takeya, 1999)，透過演算法可得上下位階層指向關係的教學結構圖如圖三所示：



圖三 「分數加法」的教學結構圖

本研究提出四種型態之教學策略，即脈絡型、應用型、基礎型與非脈絡型。此四種教學策略，分別以 $(\alpha, \beta) = (0.5, 0.5), (-0.5, 0.5), (0.5, -0.5), (-0.5, -0.5)$ ，透過算式 (6) 的演算法，例如以基礎型 $(\alpha, \beta) = (0.5, -0.5)$ 且教學順序已完成三個課題時，即課題 1, 7, 9 已完成時，現需決定第四個課題。首先決定候選課題集合得 $V_4 = \{3, 8, 10, 11\}$ ，然後計算

$$f(9, 3) = \frac{1}{13}, f(9, 8) = \frac{1}{13}, f(9, 10) = \frac{1}{13}, f(9, 11) = \frac{1}{13}$$

$$g(9, 3) = \frac{2}{13}, g(9, 8) = \frac{1}{13}, g(9, 10) = \frac{4}{13}, g(9, 11) = \frac{4}{13},$$

則可得

$$\theta(9, 3) = 0.5 \times \frac{1}{13} - 0.5 \times \frac{2}{13} = -\frac{1}{26},$$

$$\theta(9, 8) = 0.5 \times \frac{1}{13} - 0.5 \times \frac{1}{13} = 0,$$

$$\theta(9, 10) = 0.5 \times \frac{2}{13} - 0.5 \times \frac{4}{13} = -\frac{1}{13}$$

$$\theta(9, 11) = 0.5 \times \frac{2}{13} - 0.5 \times \frac{4}{13} = -\frac{1}{13}。$$

因此，可得第四個課題選 8。

依照上述程序，分別可得最終教學策略如下：

一、脈絡型的順序為：7, 8, 5, 1, 3, 9, 10, 11, 12, 2, 4, 6。

二、應用型的順序為：7, 1, 9, 10, 11, 12, 3, 2, 8, 4, 5, 6。

三、基礎型的順序為：1, 7, 9, 8, 3, 5, 10, 11, 12, 2, 4, 6。

四、非脈絡型的順序為：1, 7, 9, 8, 10, 5, 11, 3, 12, 2, 4, 6。

陸、結論

根據教學結構圖之上下位階層關係，本研究提出四種型態之教學策略，即脈絡型、基礎型、應用型與非脈絡型。此四種教學策略，乃分別透過日本學者竹谷誠教授所提出之 STS 法來制定，以獲得不同的教學程序，對於日後研究不同的教學策略產生成效的比較，良有裨益。另外，研究典範名師的教學策略隸屬於 STS 法中何種成分，將會產生一個新興的議題，值得探討。

參考文獻

中文部分

- 陳美玉 (1998)。教師專業－教學法的省思與突破。高雄：麗文文化。
- 王金國 (2000)。表現有效教學行為，發揮小班教學精神。國教輔導，40 (2)，20-24。
- 陳易芬、林鎡惠 (2009)。國小高年級學童學習思考風格量表之編製。測驗統計年刊，17，55-76b。
- 劉湘川 (2004)。教學課題結構有向圖形類似度之改進指標。測驗統計年刊，12，193-210。
- 吳慧珉 (2006)。以知識結構為基礎之適性測驗選題策略強韌性探究。測驗統計年刊，14，1-16。
- 劉育隆、曾筱倩、郭伯臣 (2006)。以知識結構為基礎之適性測驗系統建置。測驗統計年刊，14，17-35。
- 曾彥鈞、張雅媛、郭伯臣 (2006)。基於知識結構之適性診斷測驗系統的防猜選題策略。測驗統計年刊，14，37-52。
- 曹傑如、洪榮照、曾彥鈞、謝鴻達 (2009)。以知識結構為基礎之適性測驗在圖形類比推理能力測驗上的應用。測驗統計年刊，17，61-74。
- 簡煌哲、劉湘川、郭伯臣 (2006)。不同邏輯流程測驗理論蒙地卡羅比較及實例應用。測驗統計年刊，14，29-58。
- 林原宏 (1996)。知識結構分析－徑路搜尋、多向度量尺和集群分析的方法論探討。測驗統計年刊，4，47-68。
- 蔡良庭、楊志堅 (2004)。學習向量量化網路分類之模擬研究。測驗統計年刊，12，269-291。
- 廖寶貴、曾志鈿、胡豐榮、許天維 (2004)。LFT 之計分理論分析。測驗統計簡訊，58，14-21。
- 鄭雅云、楊世仁、胡豐榮、許天維 (2004)。LFT 之計分理論之實例計算。測驗統計簡訊，59，9-17。
- 林瑞雪、陳佑誠、胡豐榮、許天維 (2004)。LFT 之計分理論在教學上的運用。測驗統計簡訊，59，1-8。
- 卓樹樣、胡豐榮、許天維 (2005)。LFT-extended 分析法。測驗統計年刊，13，25-74。

外文部分

- 佐伯卓也 (1981)。「數學的構造の學習」の評價法。日本數學教育學會誌，63 (1)，31-36。
- 竹谷誠、佐佐木整 (1997)。學習者描画の認知マップによる理解度評価法。電子情報通信学会論文誌，J80 (1)，336-347。

- 竹谷誠、船橋芳雄、中内辰哉（2007）。戰略的課題系列化法にのった課題系列の戰略推定法。電子情報通信学会論文誌，J90（D），1509-1520。
- 赤堀侃司（1992）。授業設計。情報通信時代の教育，第二章，コロナ社。
- 沼野一男（1976）。授業の設計入門。国土社。
- 竹谷誠（1992）。課程系列化のための教授方略の特性分析。電子情報通信学会論文誌，J75（A），no.2, 371-381。
- 竹谷誠、佐佐木整（1993）。認知マップに基づく合意形成法（I）：認知マップの類似度と二項関係の重要度。信學技報，93，43-50。
- 山口忠、加地郁夫（1992）。有向グラフ比較のための頂點到達可能性に基づく距離について。電子情報通信学会論文誌，J65（A），no.1, 109-115。
- Adelson, B. (1981). Problem solving and development of abstract categories in programming language. *Memory & Cognition*, 9, 422-433.
- Bloom, B. S. (1971). *Handbook on formative and summative evaluation of student learning*. McGraw-Hill.
- Gagné, R. M. (1985). *The conditions of learning* (4th ed.). New York: Holt, Rinehart & Winston.
- Gagné, R. M. & Briggs, L. J. (1979). *Principles of instructional design*. New York : Holt, Rinehart & Winston.
- Goldsmith (1991). *Monitoring for conservation and ecology*. London: Chapman & Hall.
- Shavelson, R. J. (1972). Some aspects of the correspondence between content structure and cognitive structure in physics instruction. *Journal of Educational Measurement*, 33, 225-234.
- Shavelson, R. J. & Statnon, G. C. (1975). Construct validation: Methodology and application to three measure of cognitive structure. *Journal of Educational Measurement*, 12, 67-85.
- Takeya, M. (1999). *Structure analysis methods for instruction*. Takushoku University Press.