

教學結構圖系列化之推估與應用

賴慧鞠¹ 許敬平² 黃之敬² 王櫻娜² 許天維¹ 胡豐榮²

¹ 國立臺中教育大學教育測驗統計研究所

² 國立臺中教育大學數學教育學系暨碩士班

摘要

根據教學結構圖系列化之理論，教學策略可分成脈絡型、基礎型、應用型與非脈絡型四種型態，本研究旨在利用隸屬度函數，提出此系列化理論之推估理論，來估計一個給定之教學順序，其所歸屬之型態。

本研究另根據分數加法之實務教學，經調查彰化縣 10 所國小之教學活動設計，根據被 80% 教師偏好之教學順序，進行詳細之推估計算，結果顯示被多數教師所偏好之教學，屬於應用型之教學策略。

關鍵字：教學教學結構圖系列化理論、教學教學結構圖系列化理論之推估、分數加法、歸屬度函數

On Estimation of Strategic Task Sequencing Method to Four Kinds of Teaching Types in Knowledge Structures

Hui-Chu Lai^{*} Ching-Ping Hsu^{**} Chih-Ching Huang^{**} Ying-Na Wang^{**}
Tian-Wei Sheu^{*} Feng-Rung Hu^{**}

^{*}Graduate Institute of Educational Measurement and Statistics,
National Taichung University

^{**}Department of Mathematics Education,
National Taichung University

Abstract

According to strategic task sequencing theory, there are four kinds of teaching types which are contextual, fundamental, applicable and non-contextual types, respectively. The primary objective of this study is to propose an estimation method via the membership function in order to determine the teaching type, provided a teaching sequence is given.

In addition, we apply the proposed estimation method to the teaching of fraction addition in elementary school at Changhua county. Ten of teaching activity designs for this teaching was collected. We obtain a teaching sequence in which 80% teachers have designed it. In terms of the proposed estimation theory, we calculate the process of the estimation in detail. As a result, the applicable type of teaching sequence was found for this estimation.

Keywords: strategic task sequencing theory, estimation of strategic task sequencing theory, fraction addition, membership function

壹、前言

教學結構圖對教學活動的進行或是課程設計之影響，如同建築工程時之建築藍圖的角色，其重要性與應用，獲得過去以試題關聯結構或知識結構為題的理論與實證性研究的支持。其中，以知識結構圖計分之研究（廖寶貴、曾志鈿、胡豐榮、許天維，2004；鄭雅云、楊世仁、胡豐榮、許天維，2004；林瑞雪、陳佑誠、胡豐榮、許天維，2004；簡煌哲、劉湘川、郭伯臣，2006），或以知識結構圖為基礎所開發之系統（劉育隆、曾筱倩、郭伯臣，2006；曾彥鈞、張雅媛、郭伯臣，2006），或是做為測驗編製之應用研究（曹傑如、洪榮照、曾彥鈞、謝鴻達，2009），這些研究也反應出正確的教學結構圖之重要性。

以國小數學之單元教學為例，教師往往根據教科書或是教師手冊的編排順序，來進行教學活動，然而，即使相同的單元，不同的教科書版本，其教材依序呈現的內容，往往可以發現有差異性，此時衍生的學習困難或迷思概念，很有可能來自教科書的內容編排順序，持這樣的觀點之國外學者，特別是日本的行動計量學者相當多（沼野一男，1976，1986；赤堀侃司、清水康敬，1989；赤堀侃司，1992；竹谷誠，1992；竹谷誠、佐々木整，1993，1997；竹谷誠、船橋芳雄、中內辰哉，2007）。因此，在正確的教學結構圖之前提下，日本學者竹谷誠、船橋芳雄、中內辰哉三人於2007年，以理論的觀點建構系列化順序，提出四種不同的教學策略，分別為脈絡型、基礎型、應用型與非脈絡型四種型態。

在這樣的背景下，一個相當實際的問題很自然的產生，即是教學現場，教師依循一定的順序教完一個單元，如果從評鑑的立場，來檢視教學者的單元教學時，能否客觀的描述其是屬於上述的哪一種型態？這樣的問題，有其實務層面的需求，主要來自外在教育環境的變革，教師進行例行週三教學觀摩、校長或主任之教師觀課、教室走察等評鑑制度，其核心部分，即針對教學者的教學，能夠做出客觀性的評論。基於此，本研究擬參考日本學者竹谷誠等人之研究，提出教學結構圖系列化之推估，並將此技術應用於國小數學「分數加法」之教學上，以提供數學教育或相關領域之教學評鑑時之參考。

貳、教學結構圖之系列化理論

給定一個教學結構圖，並將其表成 $G=(V,E)$ ，其中 $V=\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 表示基本概念或知識所成的集合，簡稱課題所成的集合， $E=\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ 表示課題間的順序關係。而教學結構圖系列化則意指從 G 中，適當地選取課題 v_i ，依序排成一系列，例如系列 $O=\langle v_1, v_2, \dots, v_n \rangle$ ，表示先教 v_1 ，再教 v_2 ，一直教到 v_n 之順序。本研究根據李柏儒等人在2012年發表之論文所使用的符號定義，將教學結構圖系列化（strategic task sequencing），簡稱 STS 法，並沿用符號 $S_p(v_i)$ 與 $S_o(v_i)$ 來分別表示課題 v_i 之前提課題（或稱下位課題）所成之集合與目標課題（或稱上位課題）所成之集合，並以 $n(S)$ 表示集合 S 之元素個數， V_k 表示 STS 法的進行

過程中，第 k 階段之候選課題所成之集合（李柏儒、郭輝煌、李仲瑜、王瑀、許天維、胡豐榮，2012）。

STS 法根據 (α, β) 之取值，來定義四種教學策略。亦即當 $(\alpha, \beta) \in I_1$ 時，稱所得之系列化教學為脈絡型教學策略，當 $(\alpha, \beta) \in I_2$ 時，稱所得之系列化教學為基礎型教學策略，當 $(\alpha, \beta) \in I_3$ 時，稱所得之系列化教學為非脈絡型教學策略，當 $(\alpha, \beta) \in I_4$ 時，稱所得之系列化教學為應用型教學策略。

$$\begin{aligned} I_1 &= \{(\alpha, \beta): 0 \leq \alpha \leq 1, 0 \leq \beta \leq 1, \alpha + \beta = 1\}, \\ I_2 &= \{(\alpha, \beta): -1 \leq \alpha \leq 0, 0 \leq \beta \leq 1, -\alpha + \beta = 1\}, \\ I_3 &= \{(\alpha, \beta): -1 \leq \alpha \leq 0, -1 \leq \beta \leq 0, -\alpha - \beta = 1\}, \\ I_4 &= \{(\alpha, \beta): 0 \leq \alpha \leq 1, -1 \leq \beta \leq 0, \alpha - \beta = 1\}. \end{aligned}$$

另外，在給定之 (α, β) 下，STS 法於各階段建構系列化程序時，依據各階段系列化指數 $\theta_{ij} = \theta(v_i, v_j) = \alpha f_{ij} + \beta g_{ij}$ 之最大值，來決定應該從候選課題集合中挑出哪一個課題，例如：在第 j 階段，此時表示已經決定出課題 $v_1, v_2, \dots, v_{j-1}$ ，現在要決定第 j 階段，要從候選課題之集合 V_j 中，選出哪個課題。因此，STS 法不斷的從 V_j 中，取出 $u \in V_j$ ，來計算 $\theta(v_{j-1}, u)$ ，最後挑出達到最大值的課題，令其為 v_j ，則課題 v_j 必滿足 $\theta(v_{j-1}, u) \leq \theta(v_{j-1}, v_j), \forall u \in V_j$ 。

上述計算 $\theta(v_i, v_j) = \alpha f_{ij} + \beta g_{ij}$ 之處，值得注意的是本研究之 f_{ij} 與 g_{ij} 之定義與李柏儒等人（2012）之定義略不同，本研究並未除以 $n(V)$ 之值，即將 f_{ij} 與 g_{ij} 定義成 $f_{ij} = n(S_p(v_i) \cap S_p(v_j))$ ， $g_{ij} = n(S_o(v_i) \cap S_o(v_j))$ 。

參、教學結構圖系列化之推估理論

由於教學活動時進行時，它是一個系列化的活動，所以當某位教學者，在教學結構圖 $G = (V, E)$ 的架構下，完成了教學活動時，即表示可以得出一個系列化 $O = \langle v_1, v_2, \dots, v_{i-1}, v_i, \dots, v_{n-1}, v_n \rangle$ 的結果。此時，根據 STS 法的理論，該如何客觀推估此為教學者之教學策略，是屬於哪一型的教學策略之問題，即所謂之教學結構圖系列化之推估。

回顧前一節之 STS 理論，在各階段尚未計算系列化指數 $\alpha f_{ij} + \beta g_{ij}$ 之前，其實候選課題之集合，即已經先決定出來了，例如 STS 法進行到了第 j 階段時，表示已經決定出課題 $v_1, v_2, \dots, v_{j-1}$ ，則此時 V_j 之決定，與 α, β 之值無關。 V_j 是由滿足下面兩條件之課題所構成：

- 一、若課題 u 被選入 V_j ，則 u 必須與課題 $v_1, v_2, \dots, v_{j-1}$ 中的任何一個有緊鄰關係。
- 二、若課題 u 被選入 V_j ，則 u 之所有下位課題所成的集合，必須成為 $\{v_1, v_2, \dots, v_{j-1}\}$ 之子集。

教學結構圖系列化之推估工作，即是在既有的 $O = \langle v_1, v_2, \dots, v_{i-1}, v_i, \dots, v_{n-1}, v_n \rangle$ 系列化之下，逐一檢視每一個階段，甚麼樣的 α, β 取值，使得該階段被教學者教

了的課題之系列化指數 $\alpha f_{ij} + \beta g_{ij}$ 達到最大。由於 α, β 的取值，可以從平面座標的四個現象分別考慮來決定，因此，假設第 j 階段上述既有的系列 O 中， $v_j \in V_j$ ，則本研究令在第 k 象限（ $k=1,2,3,4$ ）， α 與 β 之最佳解集和為 A_j^k 與 B_j^k 。利用集合直積（product）的表徵，最佳解集合等價於下面集合：

$$A_j^k \times B_j^k = \{(\alpha, \beta) : \theta(v_{j-1}, u) \leq \theta(v_{j-1}, v_j), \forall u \in V_j\}$$

反之，假設第 j 階段上述既有的系列 O 中， $v_j \notin V_j$ ，則令 $A_j^k = \phi$ ， $B_j^k = \phi$ 。

教學結構圖系列化之推估理論，乃利用指標函數（indicator function） $F_j^k(\alpha)$ 與 $G_j^k(\beta)$ 來定義隸屬度函數（membership function） $\mu^k(\alpha)$ 與 $\eta^k(\beta)$ ，其分別之定義如下：

$$F_i^k(\alpha) = \begin{cases} 1 & \alpha \in A_i^k \\ 0 & \alpha \notin A_i^k \end{cases}, \quad G_i^k(\beta) = \begin{cases} 1 & \beta \in B_i^k \\ 0 & \beta \notin B_i^k \end{cases},$$

$$\mu^k(\alpha) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_i^k(\alpha), \quad \eta^k(\beta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n G_i^k(\beta),$$

這裡 $n = n(V)$ 。

因為 $\alpha + \beta = 1$ ，故可得下面性質：

$$\mu^1(\alpha) = \eta^1(1-\alpha), \quad \mu^2(\alpha) = \eta^2(1+\alpha), \quad \mu^3(\alpha) = \eta^3(-1-\alpha), \quad \mu^4(\alpha) = \eta^4(\alpha-1).$$

根據上面的性質，可知欲建構教學結構圖系列化之推估理論，僅需計算 $\mu^k(\alpha)$ ， $k=1,2,3,4$ 即可。爰此，定義教學結構圖系列化之推估函數 $M(x)$ ， $0 \leq x \leq 1$ 如下：

$$M(x) = \begin{cases} \mu^2(4x-1), & 0 \leq x \leq \frac{1}{4}, \\ \mu^1(4x-1), & \frac{1}{4} \leq x \leq \frac{2}{4}, \\ \mu^4(4x-2), & \frac{2}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}, \\ \mu^3(4x-4), & \frac{3}{4} \leq x \leq 1. \end{cases}$$

很明顯地，推估函數具有 $0 \leq M(x) \leq 1$ 之性質。

再者，根據前節所提四種教學策略 $(\alpha, \beta) \in I_1$ ， $(\alpha, \beta) \in I_2$ ， $(\alpha, \beta) \in I_3$ ， $(\alpha, \beta) \in I_4$ ，其分別定應脈絡型、基礎型、非脈絡型、應用型之教學性策略，故 $M(x)$ 在 $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$ ， $\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{2}{4}$ ， $\frac{2}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}$ ， $\frac{3}{4} \leq x \leq 1$ 的區間裡，剛好分別表示基礎型、脈絡型、應用型、非脈絡型教學策略。

藉由推估函數 $M(x)$ 之圖型，找到最大值所在之區間，論定其教學型態，若

最大值橫跨兩個教學型態，則以區間最長的部分所屬之教學型態，來論定待推估之系列化的教學策略之型態。

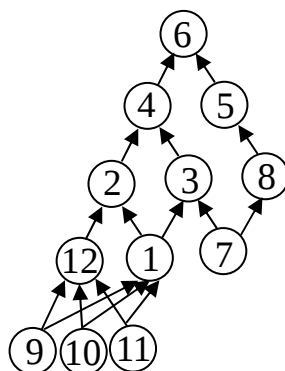
肆、教學結構圖系列化推估理論之應用

本研究根據李柏儒等人，在 2012 年發表之論文所提出「分數加法」的教學 12 個課題，分別羅列如下表一所示：

表一 分數加法的教學課題

課題1：同分母分數加法(不進位、不約分)	課題7：公因數
課題2：同分母分數加法的進位(不約分)	課題8：公倍數
課題3：同分母分數加法的約分(不進位)	課題9：真分數
課題4：同分母分數加法的進位與約分	課題10：假分數
課題5：異分母分數加法的通分	課題11：帶分數
課題6：異分母分數加法(含帶分數)	課題12：假分數化為帶分數

「分數加法」之 12 個課題，依據課題與課題之數學邏輯關係，利用專家的詮釋結構分析法(Takeya, 1999)，今部分修正李柏儒等人之結構圖，得到下圖一之教學結構圖：

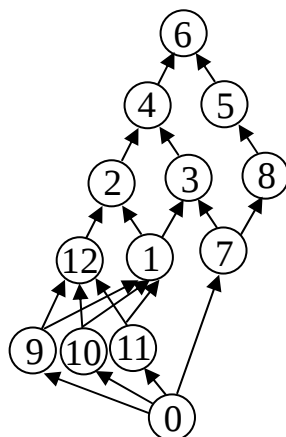


圖一 「分數加法」之教學結構圖

上面的結構圖之架構下，經調查彰化縣 10 所小學，「分數加法」之教學活動設計，80%之教師，傾向以系列 $O = \langle 9, 10, 11, 12, 1, 7, 2, 3, 8, 4, 5, 6 \rangle$ 來進行教學，而依循此教學結構系列化，本節將借此詳述推估理論之計算過程，以確定其所屬之教學策略類型。

茲詳述 STS 法推估系列 $O = \langle 9, 10, 11, 12, 1, 7, 2, 3, 8, 4, 5, 6 \rangle$ 之計算過程，首先，根據 STS 法須先加入虛擬課題 0，如下圖二所示，故可得 $V_1 = \{7, 9, 10, 11\}$ ，則滿

足 $\theta(0,10) \leq \theta(0,9)$, $\theta(0,11) \leq \theta(0,9)$, $\theta(0,7) \leq \theta(0,9)$ 之解集合為



圖二 加入虛擬課題 0 之教學結構圖

$$A_1^1 = [0,1], A_1^2 = [-1,0], A_1^3 = [-1,0], A_1^4 = [0,1], B_1^1 = [0,1], B_1^2 = [0,1], B_1^3 = \{0\}, B_1^4 = \{0\}.$$

同理，可得 $V_2 = \{7,10,11\}$ ，且滿足 $\theta(9,10) \leq \theta(9,7)$ ， $\theta(9,11) \leq \theta(9,10)$ 之解集合

$$\text{為 } A_2^1 = [0,1], A_2^2 = [-1,0], A_2^3 = [-1,0], A_2^4 = [0,1], B_2^1 = [0,1], B_2^2 = [0,1], B_2^3 = \{0\},$$

$$B_2^4 = \{0\}。 \text{同理，可得 } V_3 = \{7,11\}， \text{且滿足 } \theta(10,7) \leq \theta(10,11) \text{ 之解集合為}$$

$$A_3^1 = [0,1], A_3^2 = [-1,0], A_3^3 = [-1,0], A_3^4 = [0,1], B_3^1 = [0,1], B_3^2 = [0,1], B_3^3 = \{0\}, B_3^4 = \{0\}.$$

同理，可得 $V_4 = \{1,7,12\}$ ，且滿足 $\theta(11,1) \leq \theta(11,12)$ ， $\theta(11,7) \leq \theta(11,12)$ 之解集合

$$\text{為 } A_4^1 = [0,1], A_4^2 = \phi, A_4^3 = \phi, A_4^4 = \left[\frac{2}{3}, 1\right], B_4^1 = \{0\}, B_4^2 = \phi, B_4^3 = \phi, B_4^4 = \left[-\frac{1}{3}, 0\right]。 \text{同}$$

理，可得 $V_5 = \{1,7\}$ ，且滿足 $\theta(12,7) \leq \theta(12,1)$ 之解集合為

$$A_5^1 = [0,1], A_5^2 = \left[-\frac{1}{4}, 0\right], A_5^3 = \{0\}, A_5^4 = \left[\frac{1}{4}, 1\right], B_5^1 = [0,1], B_5^2 = \left[\frac{3}{4}, 1\right], B_5^3 = \{0\},$$

$$B_5^4 = \left[-\frac{3}{4}, 0\right]。 \text{同理，可得 } V_6 = \{2,7\}， \text{且滿足 } \theta(1,2) \leq \theta(1,7) \text{ 之解集合為}$$

$$A_6^1 = \{0\}, A_6^2 = [-1,0], A_6^3 = [-1,0], A_6^4 = \{0\}, B_6^1 = [0,1], B_6^2 = [0,1], B_6^3 = [-1,0],$$

$$B_6^4 = [-1,0]。 \text{同理，可得 } V_7 = \{2,3,8\}， \text{且滿足 } \theta(7,3) \leq \theta(7,2)， \theta(7,8) \leq \theta(7,2) \text{ 之}$$

解集合為

$$A_7^1 = \{0\}, A_7^2 = \left[-1, -\frac{1}{2}\right], A_7^3 = [-1, 0], A_7^4 = \left[0, \frac{1}{2}\right], B_7^1 = \{0\}, B_7^2 = [0, 1], B_7^3 = [-1, 0],$$

$$B_7^4 = \left[-1, -\frac{1}{2}\right]。同理，可得 $V_8 = \{3, 8\}$ ，且滿足 $\theta(2, 8) \leq \theta(2, 3)$ 之解集合為$$

$$A_8^1 = [0, 1], A_8^2 = \left[-\frac{1}{5}, 0\right], A_8^3 = \{0\}, A_8^4 = \left[\frac{1}{5}, 1\right], B_8^1 = [0, 1], B_8^2 = \left[\frac{4}{5}, 1\right], B_8^3 = \{0\},$$

$$B_8^4 = \left[-1, -\frac{4}{5}\right]。同理，可得 $V_9 = \{4, 8\}$ ，且滿足 $\theta(3, 4) \leq \theta(3, 8)$ 之解集合為$$

$$A_9^1 = \{0\}, A_9^2 = \left[-1, -\frac{1}{2}\right], A_9^3 = [-1, 0], A_9^4 = \left[0, \frac{1}{2}\right], B_9^1 = \{0\}, B_9^2 = \left[0, \frac{1}{2}\right], B_9^3 = [-1, 0],$$

$$B_9^4 = \left[-1, -\frac{1}{2}\right]。同理，可得 $V_{10} = \{4, 5\}$ ，且滿足 $\theta(8, 5) \leq \theta(8, 4)$ 之解集合為$$

$$A_{10}^1 = \{0\}, A_{10}^2 = \left[-1, -\frac{1}{2}\right], A_{10}^3 = [-1, 0], A_{10}^4 = \left[0, \frac{1}{2}\right], B_{10}^1 = \{0\}, B_{10}^2 = \left[0, \frac{1}{2}\right], B_{10}^3 = [-1, 0],$$

$$B_{10}^4 = \left[-1, -\frac{1}{2}\right]。同理，可得 $V_{11} = \{5\}$ ，且解集合為$$

$$A_{11}^1 = [0, 1], A_{11}^2 = [-1, 0], A_{11}^3 = [-1, 0], A_{11}^4 = [0, 1], B_{11}^1 = [0, 1], B_{11}^2 = [0, 1], B_{11}^3 = [-1, 0],$$

$$B_{11}^4 = [-1, 0]。同理，可得 $V_{12} = \{6\}$ ，且解集合為$$

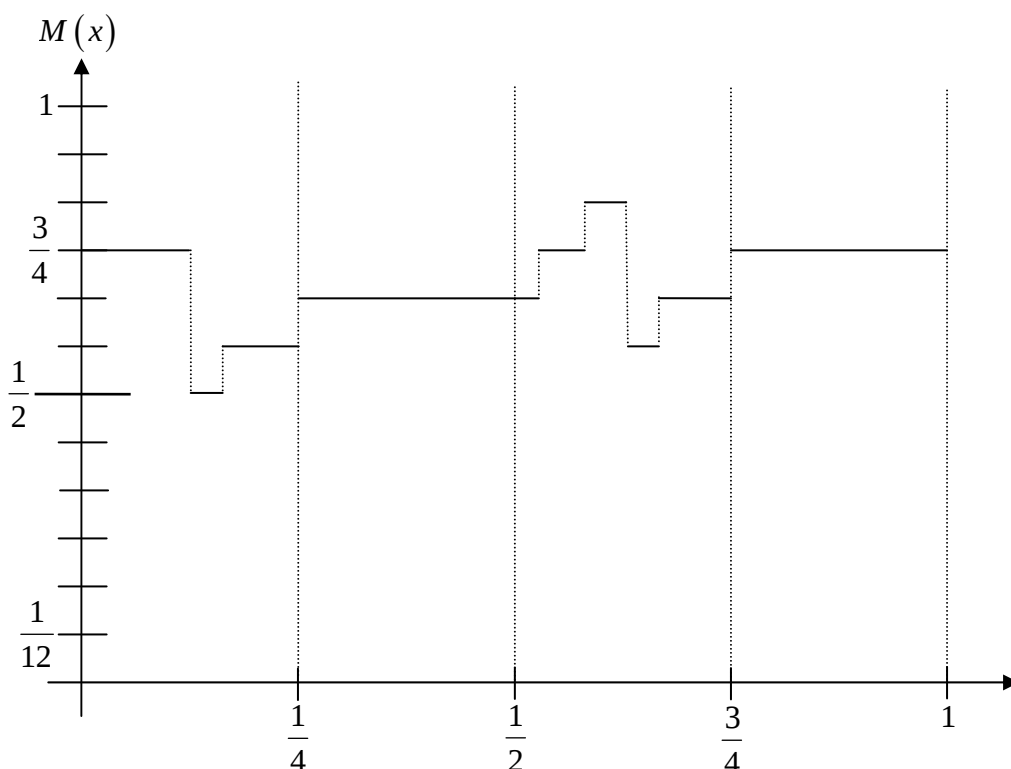
$$A_{12}^1 = [0, 1], A_{12}^2 = [-1, 0], A_{12}^3 = [-1, 0], A_{12}^4 = [0, 1], B_{12}^1 = [0, 1], B_{12}^2 = [0, 1], B_{12}^3 = [-1, 0],$$

$$B_{12}^4 = [-1, 0]。因此，得到$$

$$\mu^1(\alpha) = \begin{cases} 1, & \text{若 } \alpha = 0, \\ \frac{2}{3}, & \text{若 } 0 < \alpha \leq 1, \end{cases} \quad \mu^2(\alpha) = \begin{cases} \frac{9}{12}, & \text{若 } -1 \leq \alpha \leq -\frac{1}{2}, \\ \frac{1}{2}, & \text{若 } -\frac{1}{2} < \alpha \leq -\frac{1}{4}, \\ \frac{7}{12}, & \text{若 } -\frac{1}{4} < \alpha \leq -\frac{1}{5}, \\ \frac{7}{12}, & \text{若 } -\frac{1}{5} < \alpha < 0, \\ \frac{3}{4}, & \text{若 } \alpha = 0, \end{cases}$$

$$\mu^3(\alpha) = \begin{cases} \frac{3}{4}, & \text{若 } -1 \leq \alpha < 0, \\ 1, & \text{若 } \alpha = 0, \end{cases} \quad \mu^4(\alpha) = \begin{cases} \frac{3}{4}, & \text{若 } \alpha = 0, \\ \frac{2}{3}, & \text{若 } 0 < \alpha < \frac{1}{5}, \\ \frac{3}{4}, & \text{若 } \frac{1}{5} \leq \alpha < \frac{1}{4}, \\ \frac{5}{6}, & \text{若 } \frac{1}{4} \leq \alpha < \frac{1}{2}, \\ \frac{7}{12}, & \text{若 } \frac{1}{2} \leq \alpha < \frac{2}{3}, \\ \frac{8}{12}, & \text{若 } \frac{2}{3} \leq \alpha \leq 1. \end{cases}$$

根據上面計算得到之 $\mu^1(\alpha)$ ， $\mu^2(\alpha)$ ， $\mu^3(\alpha)$ ， $\mu^4(\alpha)$ ，帶入第三節中之推估函數 $M(x)$ 後，可得下圖三之結果，值得注意的是帶入時， α 與 $4x-1$ 或 $4x-2$ 或 $4x-4$ 之代數變換，宜留意不能對應錯誤，至於各個 $\mu^1(\alpha)$ ， $\mu^2(\alpha)$ ， $\mu^3(\alpha)$ ， $\mu^4(\alpha)$ 中，是否有等值，並不影響計算。



圖三 系列 $O = \langle 9, 10, 11, 12, 1, 7, 2, 3, 8, 4, 5, 6 \rangle$ 之推估函數 $M(x)$

藉由 $M(x)$ 之圖型，找到最大值所在之區間 $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right]$ ，是屬於應用型之教學策略。因此，論定待推估之系列 $O = \langle 9, 10, 11, 12, 1, 7, 2, 3, 8, 4, 5, 6 \rangle$ 為應用型之教學策略。

伍、結論

STS 法之理論，衍生出四種教學策略之型態，各種教學策略，均有其特點，然而，隨著 (α, β) 所屬之象限的程度之不同，例如第一象限， $\alpha = 0.5 = \beta$ 時，賦於典型脈絡型之命名，常見於日本的教材結構分析之論文（佐伯卓也，1981；竹谷誠、船橋芳雄、中內辰哉，2007），同理，在其他現象，加上典型字眼於既有的教學型態名稱之前，也具有同等之意義。由此可見，當 (α, β) 之取值，於典型取值之外時，可能比較偏向某象限，此時，STS 法之理論，雖然根據所屬象限，給予明確定義出教學策略之名稱，然而，因 (α, β) 取值所偏向之象限，實際上，其亦隱含帶有所偏向象限之教學策略型態的風格。因此，除了典型取值 $\alpha = 0.5 = \beta$ ， $\alpha = -0.5 = \beta$ ， $(\alpha, \beta) = (0.5, -0.5)$ ， $(\alpha, \beta) = (-0.5, 0.5)$ 之外，STS 法之理論所定義出的教學型態，意味著主與輔的雙重意涵。這樣的觀點，在教學實務上的應用，教學者欲教出學習成就基礎性比較強，但也兼顧應用性能力時，妥善的選取 (α, β) 之取值，帶入 STS 法之理論，即可得到一給定之系列化教學順序，教學者僅需依循此順序編寫教學活動設計即可，而不需傷腦筋於教學結構圖中，同一層的課題很多（概念之難易度相同），而不知先教何者，再教何者之窘境。

有鑑於 STS 法之理論的實用價值，加以實務上，一個單元之教學，往往根據教學者之豐富的經驗，或所使用之教科書之不同，所得到之教學順序，也就是所謂的系列化，也隨之不同，而產生不同的教學效果。而在這樣的前提下，一個客觀嚴謹的理論，也就是靠著隸屬度函數，來評述教學者的教學型態或風格，即為本研究 STS 法之推估理論的精隨。STS 法之推估理論，特別是應用於教學評鑑的場合，前節推估理論應用於國小分數加法之教學上，研究發現被 80% 國小教師所偏好之教學順序，屬於應用型之教學策略，此結果顯示應用型之教學策略，較被多數基層教師所採用。根據此結果，顯示 STS 法之推估理論，其貢獻不但能客觀評估與檢視教學者所進行之教學，其所呈現之風格與趨勢，而且提供多元教學技術改進之參考，同時，STS 法之推估理論之貢獻，亦可做為教科書編寫時，提供多元的教學順序版本，讓教學者可以根據學生的能力，選擇合適的版本，並設計出適當的教學策略。

今後 STS 法之推估理論，亦可改良隸屬度函數之定義，例如結合模糊理論或是灰色理論，進而能邁向資訊化之處理，開發套裝軟體，讓推估的計算更加有效率，以便能融入更多領域之應用，這些均為後續研究極待開發之課題。

參考文獻

中文部分

- 李柏儒、郭輝煌、李仲瑜、王瑀、許天維、胡豐榮（2012）。教學結構圖的課題系列化法研究。**測驗統計年刊**，**20**，87-96。
- 林瑞雪、陳佑誠、胡豐榮、許天維（2004）。LFT之計分理論在教學上的運用。**測驗統計簡訊**，**59**，1-8。
- 曹傑如、洪榮照、曾彥鈞、謝鴻達（2009）。以知識結構為基礎之適性測驗在圖形類比推理能力測驗上的應用。**測驗統計年刊**，**17**，61-74。
- 曾彥鈞、張雅媛、郭伯臣（2006）。基於知識結構之適性診斷測驗系統的防猜選題策略。**測驗統計年刊**，**14**，37-52。
- 廖寶貴、曾志鈿、胡豐榮、許天維（2004）。LFT之計分理論分析。**測驗統計簡訊**，**58**，14-21。
- 鄭雅云、楊世仁、胡豐榮、許天維（2004）。LFT之計分理論之實例計算。**測驗統計簡訊**，**59**，9-17。
- 劉育隆、曾筱倩、郭伯臣（2006）。以知識結構為基礎之適性測驗系統建置。**測驗統計年刊**，**14**，17-35。
- 簡煌哲、劉湘川、郭伯臣（2006）。不同邏輯流程測驗理論蒙地卡羅比較及實例應用。**測驗統計年刊**，**14**，29-58。

外文部分

- 赤堀侃司（1992）。情報通信時代の教育 コロナ社
- 赤堀侃司・清水康敬（1989）。教授方略モデルによる学習課題の系列化シミュレーション 電子情報通信学会技術研究報告，**ET89**（70），19-24。
- 沼野一男（1976）。授業の設計入門 国土社
- 沼野一男（1986）。情報化社会と教師の仕事 国土社
- 佐伯卓也（1981）。「数学的構造の学習」の評価法 日本数学教育学会誌，**35**（1），31-36。
- 竹谷 誠・佐々木 整（1993）。認知マップに基づく合意形成法（I）：認知マップの類似度と二項関係の重要度 電子情報通信学会技術研究報告，**ET93**（405），43-50。
- 竹谷 誠・佐々木 整（1997）。学習者描画の認知マップによる理解度評価法 電子情報通信学会論文誌，**J80-D-2**（1），336-347。
- 竹谷 誠・船橋芳雄・中内辰哉（2007）。戦略的課題系列化法にのっとった課題系列の戦略推定法 電子情報通信学会論文誌，**J90-D**（6），1509-1520。
- Takeya, M. (1999). *Structure analysis methods for instruction: Theory and practice of instructional architecture, design and evaluation*, Hachioji, Tokyo: Takushoku University Press.